

Министерство образования Новосибирской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Новосибирской области
«Новосибирский колледж промышленных технологий»

ПРАКТИКУМ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

для студентов специальностей

- 15.02.09 Аддитивные технологии
- 15.02.12 «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования»
- 22.02.03 «Литейное производство черных и цветных металлов»
- 22.02.04 Металловедение и термическая обработка металлов
- 22.02.07 «Порошковая металлургия, композиционные материалы, покрытия»

г. Новосибирск, 2022 г

Пособие - практикум является учебным пособием по дисциплине «Электротехника и электроника» и отвечает основным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) по программе среднего профессионального образования для специальностей:

- 15.02.09 Аддитивные технологии
- 15.02.12 «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования»
- 22.02.03 «Литейное производство черных и цветных металлов»
- 22.02.04 Металловедение и термическая обработка металлов
- 22.02.07 «Порошковая металлургия, композиционные материалы, покрытия»

Подготовил:

Кузьмин Ю.Н., преподаватель ГБПОУ НСО "Новосибирский колледж промышленных технологий"

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. ПРОГРАММА	8
1.1. Введение	8
1.2. Электрические цепи постоянного тока	8
1.3. Однофазные цепи	8
1.4. Трёхфазные цепи	9
1.5. Трансформаторы	9
1.6. Электрические машины	10
1.7. Основы электроники	11
2. ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	13
2.1. Общие понятия и определения	13
2.2. Законы Кирхгофа	15
2.3. Преобразования в электрических цепях	16
2.4. Расчёт разветвлённой электрической цепи с одним источником энергии	17
2.5. Варианты контрольных заданий для задачи №1	19
2.6. Расчёт разветвлённой электрической цепи с несколькими источниками энергии	24
2.7. Варианты контрольных заданий для задачи №2	28
3. ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА	31
3.1. Формы представления синусоидальных электрических величин	31
3.2. Цепь синусоидального тока с идеальным резистором	35
3.3. Цепь синусоидального тока с идеальной индуктивностью	37
3.4. Цепь синусоидального тока с идеальной ёмкостью	39
3.5. Последовательное соединение активного, индуктивного и ёмкостного элементов	41
3.6. Мощность однофазной цепи синусоидального тока	43
3.7. Параллельное соединение активного, индуктивного и ёмкостного элементов	46
3.8. Варианты контрольных заданий для задачи №3	51
3.9. Расчет разветвленной электрической цепи с одним источником энергии	55
3.10. Варианты контрольных заданий для задачи №4	62
3.11. Расчет разветвленной электрической цепи с несколькими источниками энергии с применением ПЭВМ	66

3.12.	Варианты контрольных заданий для задачи №5	71
4.	ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	75
4.1.	Основные понятия и определения	75
4.2.	Включение в трёхфазную цепь приёмников электрической энергии	78
4.3.	Мощность трёхфазной цепи	86
4.4.	Варианты контрольных заданий для задачи №6	87
5.	ТРАНСФОРМАТОРЫ	93
5.1.	Устройство и принцип действия трансформатора	93
5.2.	Анализ работы трансформатора	95
5.3.	Внешняя характеристика	98
5.4.	Потери энергии и коэффициент полезного действия	99
5.5.	Варианты контрольных заданий для задачи №7	103
6.	АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ	107
6.1.	Электрические соотношения в цепях статора и ротора трёх-фазного двигателя	107
6.2.	Преобразование активной мощности. КПД двигателя	109
6.3.	Электромагнитный момент и механические характеристики асинхронного двигателя	110
6.4.	Пуск и регулирование скорости вращения трёхфазного асинхронного двигателя	111
6.5.	Варианты контрольных заданий для задачи №8	113
7.	ТРЕХФАЗНЫЕ СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ	117
7.1.	Общие сведения	117
7.2.	Работа синхронных машин в режимах двигателя и генератора	118
7.3.	Схема замещения синхронного генератора, мощность и электромагнитный момент	119
7.4.	Характеристики генератора при работе на автономную нагрузку	120
7.5.	Синхронный двигатель	121
8.	МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА	124
8.1.	Режимы работы машины постоянного тока	124
8.2.	Преобразование энергии в генераторном и двигательном режимах	125
8.3.	ЭДС якоря, момент и способы возбуждения машин постоянного тока	126
8.4.	Общие вопросы двигателей постоянного тока	128
8.5.	Варианты контрольных заданий для задачи №9	132
9.	ВЫБОР ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ	136

9.1.	Расчет мощности и выбор двигателя для продолжительного режима работы	138
9.2.	Расчет мощности и выбор двигателя для кратковременной нагрузки	139
9.3.	Расчет мощности и выбор двигателя для повторно-кратковременного режима	139
9.4.	Варианты контрольных заданий для задачи №10	143
10.	ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ	147
10.1.	Физические основы работы полупроводниковых приборов	147
10.2.	Полупроводниковые диоды	150
10.3.	Расчет маломощных выпрямителей	152
10.4.	Варианты контрольных заданий для задачи №11	155
10.5.	Биполярные транзисторы	167
10.6.	Расчет усилительного каскада на транзисторе по схеме с общим эмиттером	172
10.7.	Варианты контрольных заданий для задачи №12	175
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	177
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	178

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника – отрасль науки и техники, связанная с получением, передачей и использованием электрической энергии. Успешная подготовка инженеров любой специальности связана с изучением электрических и магнитных явлений, происходящих в электротехнических устройствах.

В учебном пособии приведены программа курса, основные теоретические сведения, рассмотрены задачи на темы: «Электрические цепи постоянного тока», «Цепи переменного синусоидального однофазного тока», «Трехфазные электрические цепи», «Трансформаторы», «Асинхронные двигатели», «Синхронные машины», «Машины постоянного тока», «Промышленная электроника».

Учебное пособие предназначено для студентов очного и заочного форм обучения. Наряду с теоретическими сведениями даны варианты задач для расчетно-графических работ студентов дневной формы обучения и контрольных работ студентов заочной формы обучения.

Учебное пособие может быть использовано также для самостоятельной работы студентов.

Для деятельности современного человека на производстве, транспорте, быту характерно возрастающее потребление энергии. Запасенную в природе энергию пока не удастся использовать непосредственно. На электрических станциях с помощью тепловых и гидравлических машин различные виды энергии преобразуют в электрическую. Ее можно передать на большие расстояния, легко распределить и снова преобразовать в механическую, тепловую и другие виды энергии при высоком коэффициенте полезного действия и относительно малых затратах. Более 90% всей электроэнергии вырабатывается генераторами переменного тока. В то же время, более 75% вырабатываемой энергии потребляется электродвигателями переменного и постоянного тока. Вследствие автоматизации производства и электрификации быта электротехническая промышленность выпускает широкий ассортимент электротехнических устройств на мощности от долей ватта до сотен мегаватт.

С электротехникой тесно связана промышленная электроника. Ее роль непрерывно повышается из-за внедрения электронных устройств в промышленность, электроэнергетику, транспорт, быт.

В связи с этим успешная подготовка технических специалистов связана с необходимостью изучения комплекса электрических и магнитных явлений, происходящих в электротехнических устройствах.

1. ПРОГРАММА

1.1. Введение

Электрическая энергия, её особенности и области применения. Роль электротехники в развитии автоматизации технологических процессов. Значение электротехнической подготовки для инженеров не-электротехнических специальностей. Содержание и структура курса.

1.2. Электрические цепи постоянного тока

Области применения электрических устройств постоянного тока. Структура электрической цепи. Генерирующие и приемные устройства. Стандартные графические обозначения электротехнических устройств постоянного тока. Линейные резистивные элементы. Идеальные источники ЭДС и тока, их свойства и вольтамперные характеристики.

Линейные неразветвленные и разветвленные электрические цепи с одним источником ЭДС. Условные положительные направления ЭДС токов и напряжений на схемах замещения. Пассивный и активный двухполюсники. Режимы работы электрической цепи. Энергетический баланс в электрических цепях. Определение эквивалентных сопротивлений разветвлённых линейных электрических цепей. Взаимное преобразование схем соединений пассивных элементов «треугольником» и «звездой». Анализ электрического состояния неразветвлённой и разветвлённой линейных электрических цепей с несколькими источниками ЭДС.

1.3. Однофазные цепи

Основные параметры, характеризующие синусоидальную функцию. Начальная фаза. Сдвиг фаз. Мгновенное, амплитудное, действующее и среднее значения синусоидально изменяющихся электрических величин. Представление синусоидальных величин тригонометрическими функциями, графиками изменения функций во время, вращающимися векторами и комплексными числами.

Электротехнические устройства переменного тока: источники ЭДС, резисторы, индуктивные катушки и конденсаторы. Стандартные графические обозначения на схемах электротехнических устройств переменного тока. Схемы замещения электротехнических устройств переменного тока. Идеальные элементы: резистивные, индуктивные и емкостные. Параметры элементов: (активное сопротивление, индуктив-

ность, емкость) и характеристики идеальных элементов. Законы Ома и Кирхгофа для цепей синусоидального тока.

Уравнение электрического состояния для неразветвленной цепи. Активное, реактивное и полное сопротивление двухполюсника. Комплексное сопротивление. Треугольник сопротивлений. Векторные диаграммы. Фазовые соотношения между токами и напряжениями. Понятие о потенциальных (топографических) диаграммах. Колебание энергии и мгновенная мощность элементов цепи. Активная, реактивная и полная мощности. Треугольник мощностей. Коэффициент мощности и его экономическое значение. Выражение мощности в комплексной форме. Резонанс напряжений, условия его возникновения и практическое значение.

Цепи с параллельным соединением ветвей. Уравнения электрического состояния цепи. Векторные диаграммы. Активная, реактивная и полная проводимости. Треугольник проводимостей. Комплексная проводимость. Резонанс токов, условия его возникновения и практическое значение. Анализ электрического состояния разветвленных цепей с применением комплексных чисел.

1.4. Трехфазные цепи

Области применения трехфазных устройств. Простейший трехфазный генератор. Способы соединения трехфазной обмотки генератора. Представление электрических величин трехфазных систем тригонометрическими функциями, графиками, вращающимися векторами и комплексными числами. Условные положительные направления электрических величин в трехфазной системе. Фазные и линейные напряжения. Векторные диаграммы.

Способы включения в трехфазную сеть однофазных и трехфазных приемников. Четырехпроводная и трехпроводная трехфазные цепи. Симметричный режим трехфазной цепи. Соотношения между фазными и линейными токами и напряжениями.

Мощность трехфазной цепи. Понятие о работе трехфазной цепи при несимметричной нагрузке в четырехпроводной и трехпроводной цепях. Назначение нейтрального провода. Повышение коэффициента мощности трехфазной установки.

1.5. Трансформаторы

Назначение и области применения трансформаторов. Однофазный трансформатор. Устройство и принцип действия трансформатора. Ос-

новной магнитный поток и потоки рассеяния. Коэффициент трансформации. Условные положительные направления напряжений, токов, ЭДС и магнитных потоков. Условные графические обозначения, применяемые для изображения трансформатора на электрических схемах. Уравнения электрического и магнитного состояний трансформатора. Реальный трансформатор. Идеальный трансформатор. Векторная диаграмма и схема замещения. Опыты холостого хода и короткого замыкания, назначение и условия проведения. Потери энергии и КПД. Изменение вторичного напряжения при нагрузке и внешняя характеристика трансформатора.

Устройство, принцип действия и области применения трехфазных трансформаторов. Понятие о группах соединений обмоток. Устройство, принцип действия и области применения автотрансформаторов. Понятие о многообмоточных трансформаторах.

1.6. Электрические машины

Асинхронные машины. Устройство трехфазной асинхронной машины. Возбуждение вращающегося магнитного поля трехфазной системой токов. Частота вращения магнитного поля. Направление вращения.

Принцип действия трехфазного асинхронного двигателя и области применения. Конструкции фазного и короткозамкнутого роторов. Графическое изображение асинхронного двигателя на электрических схемах. Частота вращения ротора и его поля. Скольжение. Зависимость частоты и величины ЭДС в фазе обмотки ротора от скольжения. Схемы замещения трехфазного асинхронного двигателя. Преобразование энергии, происходящее в асинхронном двигателе. Электромагнитная и полезная мощности двигателя. Потери энергии и КПД двигателя. Реактивная мощность и коэффициент мощности двигателя. Электромагнитный момент двигателя и его зависимость от величин скольжения и напряжения сети. Механическая характеристика и перегрузочная способность двигателя. Пуск двигателя и рабочие характеристики. Асинхронные двигатели с улучшенными пусковыми свойствами. Регулирование частоты вращения. Понятие о работе асинхронных машин в режимах тормоза и генератора. Понятие о линейных асинхронных двигателях.

Синхронные машины. Устройство трехфазных синхронных машин с электромагнитным возбуждением. Области применения синхронных машин. Графическое изображение синхронной машины на электрических схемах.

Работа синхронной машины в режиме генератора. Работа генератора на автономную нагрузку. Магнитное поле машины. ЭДС и электромагнитный момент. Схема замещения фазы обмотки статора неявнополюсного синхронного генератора. Уравнение электрического состояния фазы обмотки статора. Векторная диаграмма. Электромагнитная мощность. Внешние характеристики синхронного генератора. Работа трехфазного синхронного генератора параллельно с сетью. Включение генератора на параллельную работу с сетью.

Работа синхронной машины в режиме двигателя. Пуск двигателя. Уравнение электрического состояния и векторная диаграмма. Электромагнитный момент двигателя. Рабочие характеристики двигателя.

Машины постоянного тока. Устройство машины постоянного тока. Коллектор и его назначение. Простейшие обмотки якоря. Возможность работы машины в режимах генератора и двигателя. Схема замещения. Преобразование энергии. ЭДС якоря и электромагнитный момент машины постоянного тока. Понятие о реакции якоря и коммутации. Потери энергии и КПД машин постоянного тока.

Работа машины в режиме двигателя. Классификация двигателей постоянного тока по способу возбуждения. Уравнение электрического состояния цепи якоря. Пуск двигателя. Назначение пускового реостата. Зависимости магнитного потока и электромагнитного момента двигателей разных способов возбуждения от тока якоря. Механические характеристики двигателей. Регулирование скорости вращения. Понятие о тормозных режимах двигателей постоянного тока. Реверсирование. Сравнительная оценка свойств двигателей постоянного тока с разными способами возбуждения и области их применения. Особенности устройства исполнительных двигателей постоянного тока.

1.7. Основы электроники

Полупроводниковые приборы: диоды, транзисторы, полевые транзисторы, тиристоры и их основные характеристики и параметры.

Полупроводниковые усилители. Классификация усилителей. Однокаскадные усилители. Графический анализ работы усилителя с коллекторной нагрузкой. Основные параметры усилителя. Температурная стабилизация режима работы усилителя. Влияние внутреннего сопротивления источника сигнала и сопротивления нагрузки на коэффициент усиления. Особенности усилителя на полевом транзисторе. Многокаскадные усилители. Двухкаскадный усилитель с RC - связью. Понятие о частотной характеристике. Усилители постоянного тока (УПТ). Основ-

ные свойства и характеристики. Дрейф нуля и способы его устранения. Балансные схемы УПТ.

Обратные связи и влияние отрицательной обратной связи на параметры усилителей. Усилительный каскад с эмиттерной нагрузкой (эмиттерный повторитель). Усилители мощности (УМ). Однотактные и двухтактные УМ. Понятие об избирательных усилителях LC - и RC - типов.

Генераторы и импульсные устройства. Автогенераторы гармонических колебаний. Понятие об автогенераторах LC - и RC - типов. Использование импульсных устройств в промышленной электронике. Работа транзистора в режиме ключа. Электронные реле. Триггеры. Понятие о пересчетных устройствах. Интегральные микросхемы (ИМС) и микроэлектроника. Необходимость перехода современной электроники к ИМС. Принципы построения ИМС.

2. ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2.1. Общие понятия и определения

Электрическая цепь представляет собой совокупность источников электрической энергии, приёмников (потребителей) и соединяющих их проводников, по которым электрическая энергия передаётся от источников потребителям.

К источникам электрической энергии постоянного тока относятся аккумуляторы, электромашинные генераторы, выпрямители и другие устройства. Они преобразуют химическую, механическую, тепловую и другие виды энергии в электрическую. На рис. 2.1 представлены некоторые источники энергии постоянного тока, называемые источниками электродвижущей силы (ЭДС), измеряемой в вольтах (В).

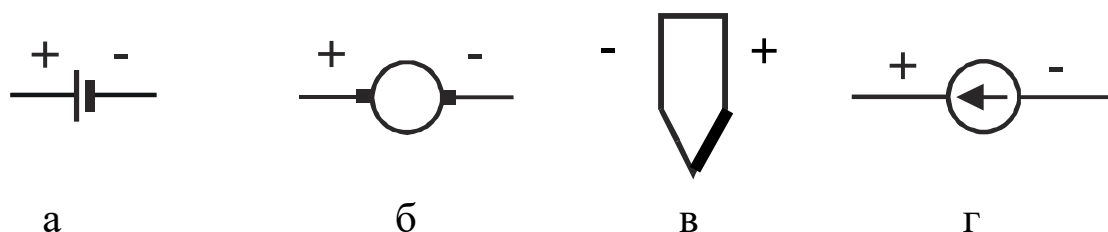


Рис. 2.1 - Условные обозначения источников электрической энергии:

а - гальванический или аккумуляторный элемент; б - электромеханический генератор; в - термоэлектрический генератор; г - общее обозначение источника ЭДС постоянного тока

Назначение источника электрической энергии – создать и постоянно поддерживать в замкнутой электрической цепи электрический ток, представляющий собой упорядоченное движение электрических зарядов.

Работу источника принято анализировать с помощью внешней характеристики, устанавливающей зависимость между напряжением на зажимах источника и током, протекающим по нему (рис. 2.2).

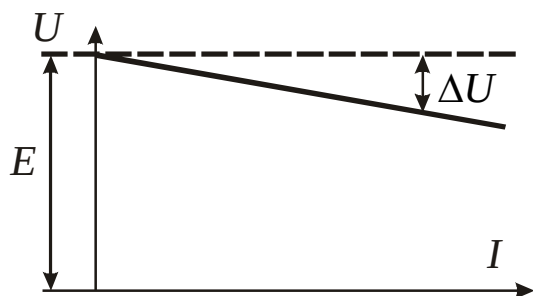


Рис. 2.2 - Внешняя характеристика источника

Из характеристики видно, что с увеличением тока напряжение на клеммах источника уменьшается за счет падения напряжения на его внутреннем сопротивлении R_0

Из характеристики видно, что с увеличением тока напряжение на клеммах источника уменьшается за счет падения напряжения на его внутреннем сопротивлении R_0

$$U = E - \Delta U,$$

где ΔU – падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника;

$$\Delta U = R_0 \cdot I.$$

Приемники электрической энергии – это электрические лампы, нагревательные установки, электродвигатели и другие устройства. В приёмниках (потребителях) электрическая энергия преобразуется в световую, тепловую, механическую и другие виды энергии. Приемники (по характеру) подразделяют на резистивные, индуктивные и емкостные.

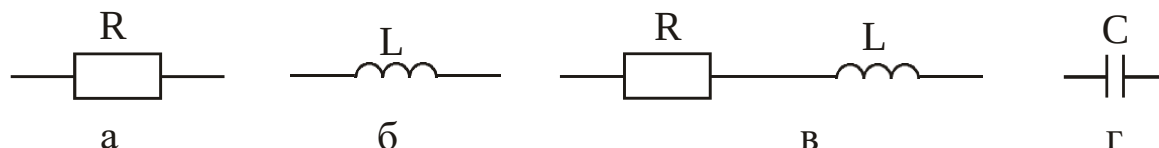


Рис. 2.3 - Условное обозначение приемников электрической энергии:

а - резистивный (активный); б - индуктивный; в - активно-индуктивный; г - емкостный

В резистивных элементах происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую. Основным параметром резистивного элемента является активное сопротивление R или r [Ом]. Индуктивный элемент предназначен для создания магнитного поля и представляет катушку индуктивности, которая имеет в общем случае два параметра: индуктивность L и активное сопротивление R . Способность катушки создавать магнитный поток характеризуется параметром L , а поскольку катушка выполнена из проводника, необходимо учитывать его активное сопротивление R . Идеальная катушка имеет только один параметр L . Ёмкостный элемент

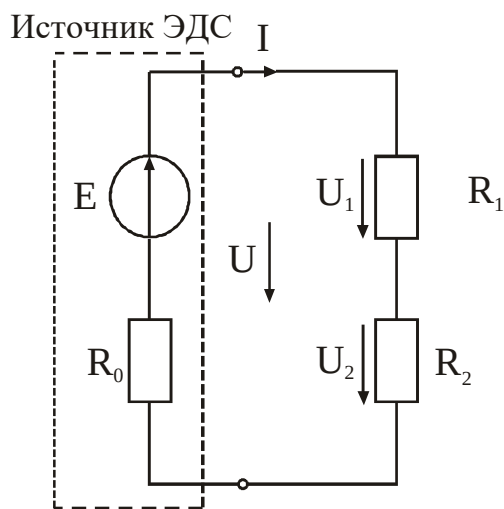


Рис. 2.4 - Простая электрическая цепь с последовательным соединением элементов

предназначен для накопления энергии электрического поля. Устройством, обладающим таким свойством является конденсатор. Способность конденсатора накапливать электрическую энергию характеризуется параметром емкость C [Ф]. Обозначение приёмников показано на рис. 2.3.

Электрические цепи подразделяются на простые и сложные. Цепь, в которой имеется единственный путь для тока, называется простой цепью. Расчет тока в такой цепи (рис. 2.4)

осуществляется по закону Ома

$$I = \frac{E}{R_0 + R_{\text{ОБЩ}}},$$

где $R_{\text{ОБЩ}}$ – общее сопротивление потребителей (нагрузки); E – ЭДС источника.

При последовательном соединении приемников

$$R_{\text{ОБЩ}} = R_1 + R_2.$$

Цепь, в которой имеется три (или более) пути для токов, называется сложной цепью (рис. 2.5).

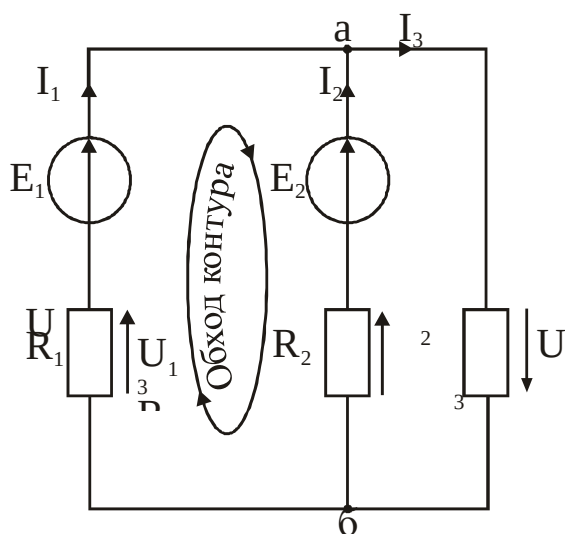


Рис. 2.5 - Сложная электрическая цепь

Сложная цепь состоит из узлов и ветвей. Ветвь – это участок электрической цепи, обтекаемый одним током. Все элементы ветви (источники, приёмники) соединены последовательно. В электрической цепи количество токов равно количеству ветвей.

Узел – это место соединения трёх или более ветвей (узлы “а” и “б” на рис. 2.5).

2.2. Законы Кирхгофа

Согласно первого закона Кирхгофа алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю

$$\sum I = 0.$$

Поскольку речь идет об алгебраической сумме $\sum I$, необходимо учитывать знаки слагаемых токов. Входящие в узел токи принято считать положительными, выходящие – отрицательными. Для узла “а” (рис. 2.5) имеем

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Согласно второго закона Кирхгофа алгебраическая сумма ЭДС в любом контуре цепи равна алгебраической сумме падений напряжений на элементах контура

$$\sum E = \sum R \cdot I.$$

Для составления уравнения по второму закону Кирхгофа произвольно выбирают направление обхода контура. Принято ЭДС, токи и напряжения считать положительными, если они совпадают по направлению с направлением обхода контура, а если не совпадают – отрицательными. При обходе контура E_1, E_2, R_2, R_1 электрической цепи (рис. 2.5) по часовой стрелке имеем

$$E_1 - E_2 = R_1 \cdot I_1 - R_2 I_2.$$

2.3. Преобразования в электрических цепях

При расчётах сложных электрических цепей применяют формулы последовательного (смотреть пункт 2.1), параллельного, смешанного соединения элементов, а также преобразования “треугольника” в “звезду” и обратно. Рассмотрим эти соотношения.

2.3.1. Параллельное соединение (рис. 2.6)

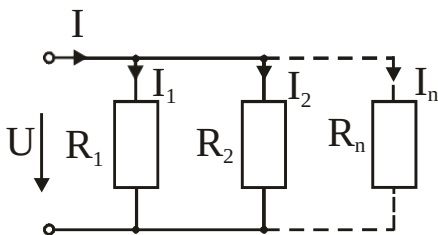


Рис. 2.6 - Параллельное соединение элементов

При таком соединении элементов общее сопротивление определяется выражением

$$\frac{1}{R_{\text{ОБЩ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

При двух сопротивлениях, соединенных параллельно

$$R_{\text{ОБЩ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Если $R_1 = R_2 = \dots R_n$, то

$$R_{\text{ОБЩ}} = \frac{R_1}{n},$$

где n – число параллельно соединенных элементов.

2.3.2. Смешанное соединение (рис. 2.7)

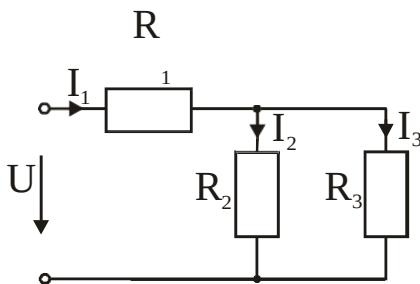


Рис. 2.7. Смешанное соединение элементов

$$R_{\text{ОБЩ}} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

2.3.3. Преобразование “треугольника” в “звезду” (рис. 2.8)

$$R_4 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$R_6 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

2.3.4. Преобразование “звезды” в “треугольник” (рис. 2.8)

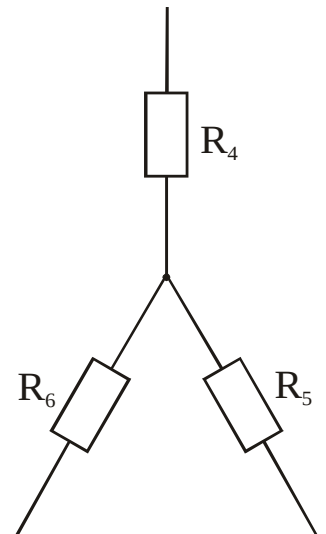
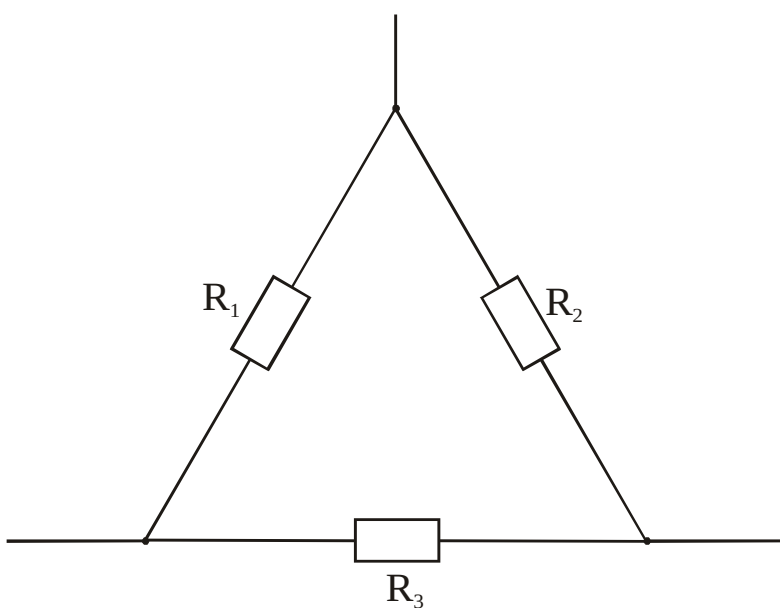


Рис. 2.8 - Соединение сопротивлений в “треугольник” и “звезду”

$$R_1 = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5},$$

$$R_2 = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6},$$

$$R_3 = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4}.$$

2.4. Расчет разветвленной электрической цепи с одним источником энергии

При расчете электрических цепей в большинстве случаев известны параметры источников ЭДС, сопротивления элементов электрической цепи. Задача расчета электрической цепи сводится к определению токов в ветвях. По найденным токам можно рассчитать напряжения на

Для расчета электрических цепей с одним источником энергии применяется метод эквивалентных преобразований, заключающийся в постепенном преобразовании и замене последовательно и параллельно соединенных элементов эквивалентными. Всю группу элементов цепи заменяют одним эквивалентным. Преобразования начинают в ветвях, наиболее удалённых от источника. Затем в преобразованной (предельно простой) цепи по закону Ома определяют ток. Полученные в процессе преобразования расчетные схемы позволяют определить токи во всех остальных ветвях.

Дано: $R_1 = 3 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $E = 50 \text{ В}$.

The figure shows three circuit diagrams illustrating the reduction of a network of resistors and a voltage source.

- a)** A circuit with a voltage source E_1 in series with resistor R_1 . This is followed by a node 'a'. From node 'a', the circuit splits into two parallel branches: one with resistor R_2 and another with resistor R_3 . Both branches rejoin at node 'б'. Resistor R_4 is connected between node 'б' and the negative terminal of the voltage source E_1 . Currents are labeled: I_1 through R_1 , I_2 through R_2 , I_3 through R_3 , and I_4 through R_4 .
- б)** The circuit is simplified by combining R_2 and R_3 in parallel into a single resistor $R_{2,3}$. The voltage across this resistor is labeled $U_{aб}$. The current I_1 flows through R_1 , and I_4 flows through R_4 .
- в)** The circuit is further simplified by combining R_1 and $R_{2,3}$ in series into a single resistor $R_{\rightarrow KB}$. The current I_1 flows through this combined resistor, and I_4 flows through R_4 .

а) схема электрической цепи до преобразования; б) расчетная схема после первого преобразования; в) расчетная схема после второго (окончательного) преобразования

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 5}{2 + 5} = 1,43 \quad \text{ОМ.}$$

17

Проводим второе преобразование. Для этого последовательно соединенные резисторы $R_1, R_{2,3}, R_4$ заменяем одним эквивалентным $R_{ЭКВ}$.

$$R_{ЭКВ} = R_1 + R_{2,3} + R_4 = 3 + 1,43 + 10 = 14,43 \text{ Ом.}$$

Теперь исходная схема сведена к простейшей, показанной на рис. 2.9, в, в которой

$$I_1 = \frac{E}{R_{ЭКВ}} = \frac{50}{14,43} = 3,47 \text{ А.}$$

Для определения токов I_2 и I_3 , необходимо определить напряжение $U_{аб}$, которое рассчитываем по схеме на рис. 2.9, б

$$U_{аб} = R_{2,3} \cdot I_1 = 1,43 \cdot 3,47 = 4,96 \text{ В.}$$

Возвращаясь к схеме на рис 2.9, а, получим

$$I_2 = \frac{U_{аб}}{R_2} = \frac{4,96}{2} = 2,48 \text{ А,}$$

$$I_3 = \frac{U_{аб}}{R_3} = \frac{4,96}{5} = 0,99 \text{ А.}$$

Для проверки правильности расчета токов составляем баланс мощности. Мощность, вырабатываемая всеми источниками энергии в цепи, должна быть равна мощности, потребляемой всеми приёмниками электрической энергии (нагрузкой). Относительная погрешность расчета не должна превышать одного процента.

Мощность, вырабатываемая источником ЭДС

$$P_{И} = E \cdot I_1 = 50 \cdot 3,47 = 173,5 \text{ Вт.}$$

Мощность, потребляемая нагрузкой

$$P_H = R_1 \cdot I_1^2 + R_4 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 36,12 + 120,41 + 12,3 + 4,9 = 173,73 \text{ Вт.}$$

Погрешность баланса мощности

$$= \frac{P_{И} - P_H}{P_{И}} \cdot 100\% = \frac{173,5 - 173,73}{173,5} \cdot 100\% = -0,13\% \leq \pm 1\%.$$

Если баланс сходится с допустимой погрешностью, то расчет токов выполнен верно.

2.5. Варианты контрольных заданий для задачи №1

Условие задачи №1

Дана разветвленная электрическая цепь, содержащая один источник энергии с ЭДС E и приёмники $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$. Методом линейных преобразований найти токи во всех ветвях и напряжения на эле-

ментах цепи. Составить баланс мощности. Исходные данные приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 - Варианты контрольных заданий для задачи №1

Номер варианта	Номер рисунка	E, В	R_1 ,	R_2 ,	R_3 ,	R_4 ,	R_5 ,	R_6 ,
			Ом					
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2.10	30	2	2	6	12	12	-
2	2.10	30	2	2	12	6	12	-
3	2.10	20	2	12	2	6	12	-
4	2.10	20	2	6	12	2	12	-
5	2.10	30	6	2	12	2	12	-
6	2.11	40	4	12	2	6	12	-
7	2.11	40	4	12	2	12	6	-
8	2.11	40	12	4	12	6	2	-
9	2.11	40	6	12	2	4	2	-
10	2.11	40	2	4	12	6	12	-
11	2.12	30	2	3	5	4	2	-
12	2.12	30	2	4	5	3	2	-
13	2.12	30	2	3	4	5	2	-
14	2.12	30	3	2	5	4	2	-
15	2.12	30	4	5	2	2	3	-
16	2.13	40	5	6	2	4	5	-
17	2.13	40	6	5	2	4	5	-
18	2.13	40	2	4	5	6	5	-
19	2.13	40	5	4	6	2	5	-
20	2.13	40	4	6	2	5	5	-
21	2.14	20	10	5	4	6	3	-
22	2.14	20	2	6	4	5	10	-
23	2.14	20	5	10	6	4	3	-
24	2.14	20	4	6	5	10	3	-
25	2.14	20	3	10	4	6	5	-
26	2.15	10	2	4	4	6	3	-
27	2.15	10	3	6	4	4	2	-
28	2.15	10	4	2	4	3	6	-

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
29	2.15	10	2	6	3	4	4	-
30	2.15	10	6	3	2	4	4	-
31	2.16	25	5	10	10	15	20	10
32	2.16	25	20	15	10	10	5	15
33	2.16	25	15	10	20	5	10	5
34	2.16	25	10	10	15	5	20	20
35	2.16	25	10	20	15	10	5	10
36	2.17	40	2	6	8	4	6	4
37	2.17	40	4	6	8	6	2	4
38	2.17	40	8	6	4	2	6	4
39	2.17	40	6	4	8	2	4	6
40	2.17	40	4	4	6	8	6	2
41	2.18	10	4	6	12	2	5	1
42	2.18	10	4	12	6	5	2	1
43	2.18	10	4	2	4	2	5	1
44	2.18	10	4	4	2	5	2	1
45	2.18	10	4	3	3	2	5	1
46	2.19	20	-	4	5	2	6	3
47	2.19	20	-	3	6	2	5	4
48	2.19	20	-	5	4	6	2	3
49	2.19	20	-	5	2	6	4	3
50	2.19	20	-	2	6	5	4	3

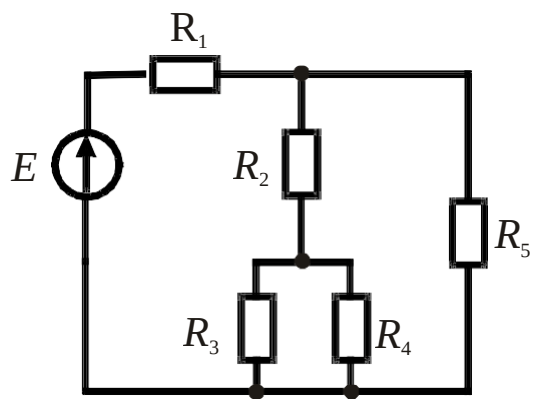


Рис. 2.10

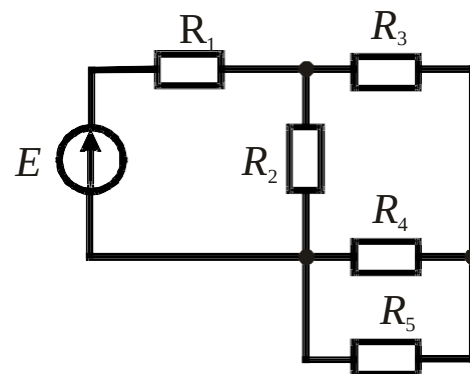


Рис. 2.11

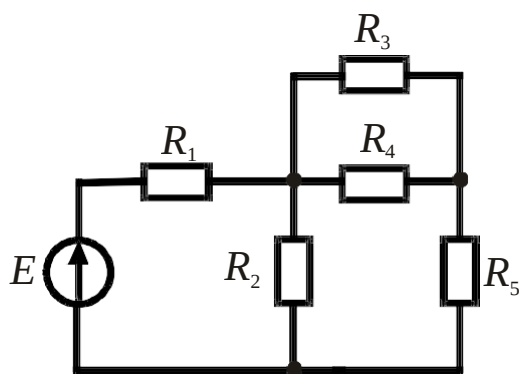


Рис. 2.12

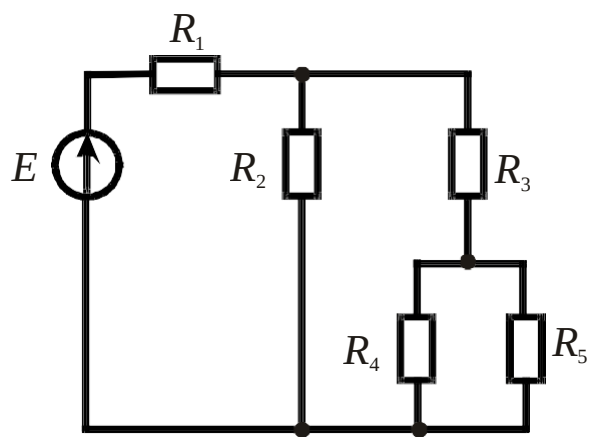


Рис. 2.13

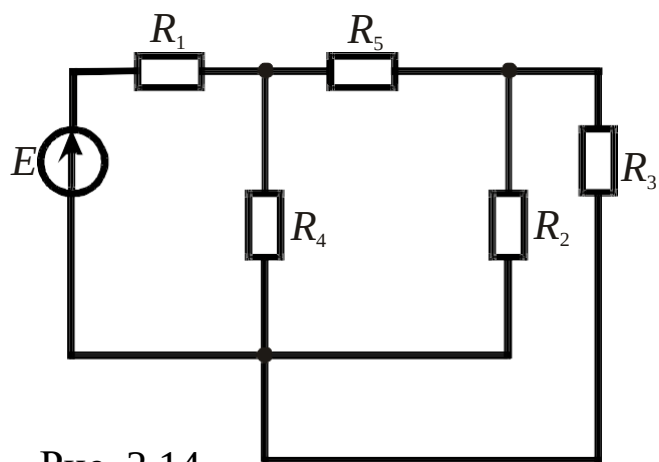


Рис. 2.14

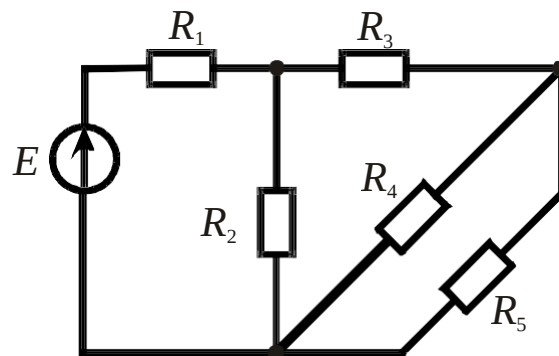


Рис. 2.15

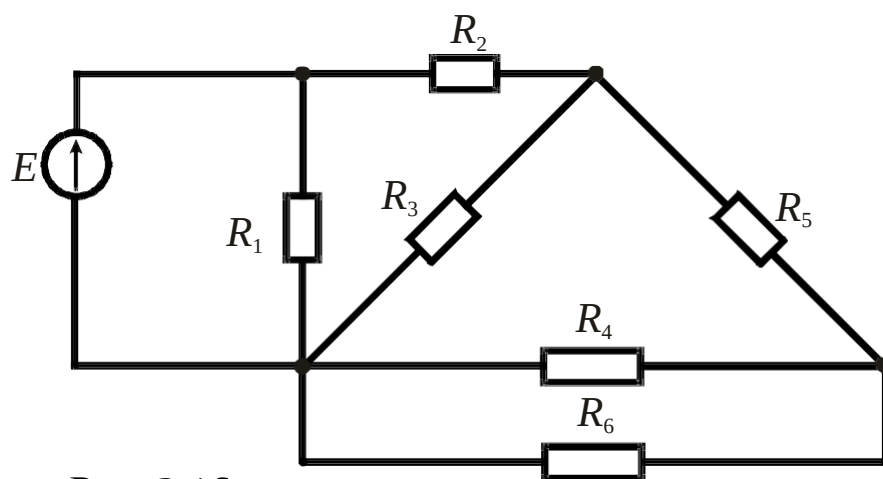


Рис. 2.16

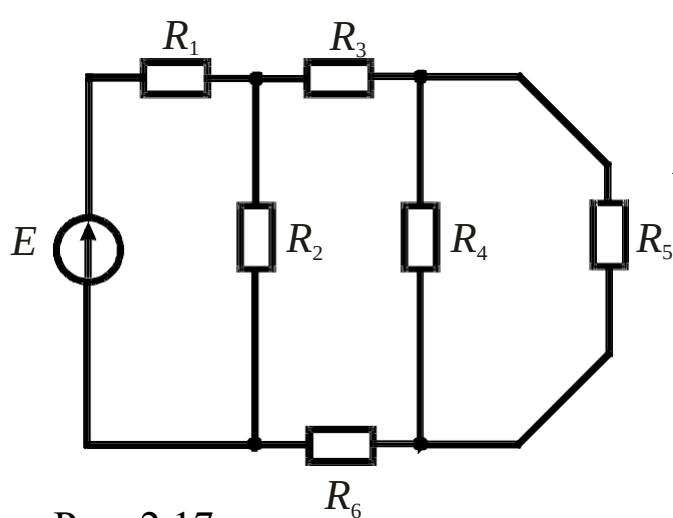


Рис. 2.17

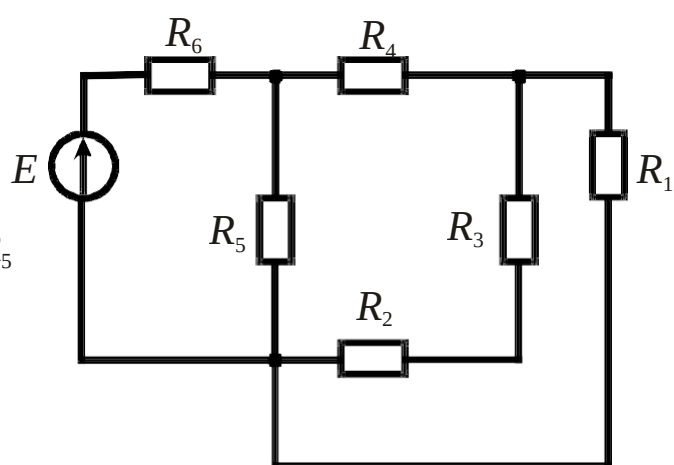


Рис. 2.18

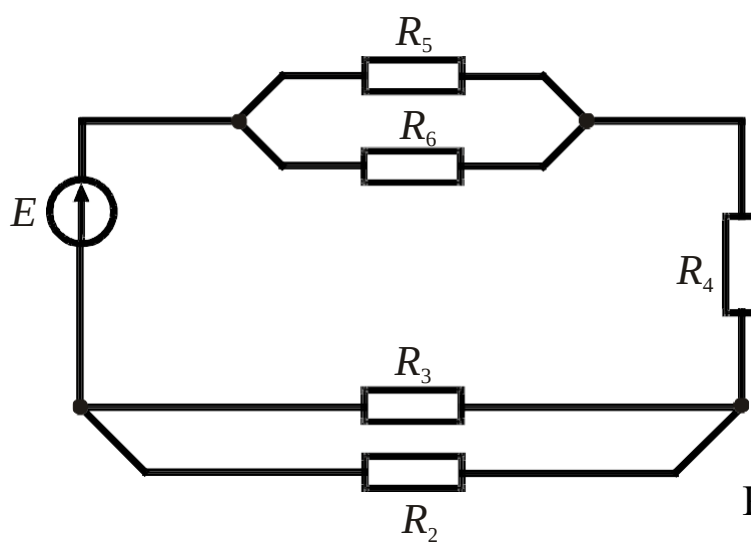


Рис. 2.19

2.6. Расчет разветвлённой электрической цепи с несколькими источниками энергии

Существуют различные методы расчета сложных электрических цепей. Рассмотрим некоторые из них.

2.6.1. Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

Этот метод можно применять для расчета любой электрической цепи.

Число ветвей обозначим m , а число узлов n . Произвольно выбираем положительные направления токов в ветвях и направления обхода контуров. Поскольку в каждой ветви протекает свой ток, то число токов, которое следует определить, а следовательно, и число уравнений, которое нужно составить, равно m . По первому закону Кирхгофа составляем $n-1$ уравнений. Недостающие $m-(n-1)$ уравнений следует составить по второму закону Кирхгофа для взаимно независимых контуров.

В качестве примера рассмотрим электрическую цепь, показанную на рис. 2.20. Она содержит пять ветвей и три узла, $m = 5$, $n = 3$. Составляем два уравнения по первому закону Кирхгофу, т. к. $n - 1 = 2$ (например, для узлов а и б).

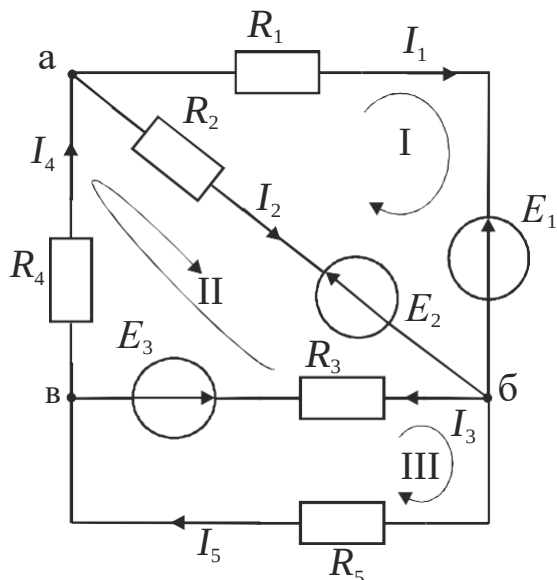


Рис. 2.20 - Схема замещения сложной электрической цепи с несколькими источниками энергии.
I, II, III - номера контуров

Для узла “а”

$$-I_1 - I_2 + I_4 = 0.$$

Для узла “б”

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_5 = 0.$$

Остальные $m - (n - 1) = 3$ уравнения составляем по второму закону Кирхгофа.

Для контура I

$$R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = -E_1 + E_2.$$

Для контура II

$$R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 = -E_2 - E_3.$$

Для контура III

$$-R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 = E_3.$$

Решив систему, состоящую из пяти уравнений, находим пять неизвестных токов. Если какие-либо значения токов оказались отрицательными, то это означает, что действи-

тельные направления этих токов противоположны первоначально выбранным.

При расчётах сложных цепей с использованием ЭВМ удобна матричная форма записи. Уравнения, составленные по законам Кирхгофа, запишем в виде

$$\begin{aligned} -I_1 - I_2 + 0 + I_4 + 0 &= 0 \\ I_1 + I_2 - I_3 + 0 - I_5 &= 0 \\ R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 + 0 + 0 + 0 &= -E_1 + E_2 \\ 0 + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 + 0 &= -E_2 - E_3 \\ 0 + 0 + -R_3 \cdot I_3 + 0 + R_5 \cdot I_5 &= E_3. \end{aligned}$$

В матричной форме

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ R_1 & -R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & R_3 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_2 - E_1 \\ -E_2 - E_3 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

или

$$[R] \cdot [I] = [E],$$

где $[R]$ – квадратная (5 x 5) матрица, элементами которой являются коэффициенты при неизвестных токах в исходных уравнениях;

$[I]$ – матрица - столбец неизвестных токов;

$[E]$ – матрица - столбец, элементами которой могут быть алгебраическая сумма ЭДС.

Решение матричного уравнения ищут в виде

$$[I] = [R]^{-1} \cdot [E],$$

где $[R]^{-1}$ – матрица, обратная матрице $[R]$.

Рассмотренный метод расчета неудобен, если в цепи имеется большое количество узлов и контуров, поскольку потребуется решать громоздкую систему уравнений. В таких случаях рекомендуется применять метод контурных токов, позволяющий значительно сократить число расчетных уравнений.

2.6.2. Метод контурных токов

Рассматриваемый метод предполагает, что в каждом независимом контуре протекает свой контурный (расчетный) ток. Контурные токи – это не реальные токи, протекающие по ветвям электрической цепи, а

искусственно вводимые величины. Количество контурных токов равно количеству независимых контуров в цепи.

Для определения контурных токов составляют уравнения по второму закону Кирхгофа для каждого контура. Поскольку количество контуров меньше, чем ветвей, то число уравнений будет всегда меньше числа искомых реальных токов. Уменьшение числа решаемых уравнений и является достоинством метода контурных токов.

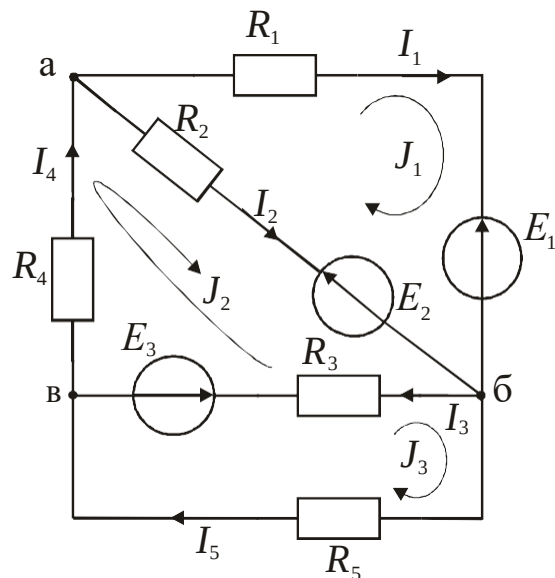


Рис. 2.21 - Расчетная схема для метода контурных токов

Рассмотрим данный метод для расчета электрической цепи, рис. 2.21.

В каждом из трёх контуров протекает свой контурный ток J_1, J_2, J_3 . Произвольно выбираем направление этих токов, например, по часовой стрелке. Составляем уравнения по второму закону Кирхгофа для каждого контура с учетом соседних контурных токов, протекающих по смежным ветвям

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2) \cdot J_1 - R_2 \cdot J_2 &= E_2 - E_1 \\ -R_2 \cdot J_1 + (R_2 + R_3 + R_4) \cdot J_2 - R_3 \cdot J_3 &= -E_2 - E_3 \\ -R_3 \cdot J_2 + (R_3 + R_5) \cdot J_3 &= E_3. \end{aligned}$$

Решив систему уравнений, находят контурные токи J_1, J_2, J_3 . Затем определяют реальные токи в ветвях, причем токи во внешних ветвях равны контурным, а в смежных – алгебраической сумме 2-х контурных токов, протекающих в данной ветви

$$I_1 = J_1; \quad I_2 = J_2 - J_1; \quad I_3 = J_2 - J_3; \quad I_4 = J_2; \quad I_5 = J_3.$$

Исходная система уравнений в матричной форме

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3 + R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 - E_1 \\ -E_2 - E_3 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

или

$$[R] \cdot [J] = [E],$$

где $[R]$ – квадратная матрица коэффициентов контурных токов;

$[J]$ – матрица – столбец контурных токов;

$[E]$ – матрица – столбец ЭДС.

Решением матричного уравнения является матрица

$$[J] = [R]^{-1} \cdot [E],$$

где $[R]^{-1}$ – матрица, обратная матрице $[R]$.

Пример:

Для схемы замещения электрической цепи, показанной на рис. 2.22, задано: $E_1 = 30$ В; $E_2 = 10$ В; $R_1 = 8$ Ом; $R_2 = 15$ Ом; $R_3 = 36$ Ом. Требуется определить токи в ветвях методом контурных токов. Составить баланс мощности.

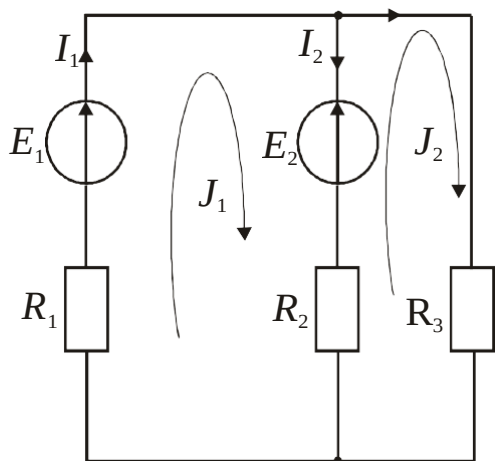


Рис. 2.22 - Расчет цепи методом контурных токов

Схема содержит три ветви ($m = 3$), два узла ($n = 2$). Выбираем положительные направления токов в ветвях произвольно. Число уравнений, составленных по методу контурных токов, равно $m - (n - 1) = 2$. Задаем направление контурных токов (например, по часовой стрелке) и составляем систему уравнений

$$\begin{aligned}(R_1 + R_2) \cdot J_1 - R_2 \cdot J_2 &= E_1 - E_2 \\ -R_2 \cdot J_1 + (R_2 + R_3) \cdot J_2 &= E_2.\end{aligned}$$

Подставляя численные значения сопротивлений резисторов и ЭДС в приведённые уравнения, находим контурные токи J_1, J_2 (Например, методом определителей)

$$20 = 23 \cdot J_1 - 15 \cdot J_2$$

$$10 = -15 \cdot J_1 + 51 \cdot J_2$$

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -15 \\ 10 & 51 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 23 & -15 \\ -15 & 51 \end{vmatrix}} = \frac{20 \cdot 51 + 10 \cdot 15}{23 \cdot 51 - 15 \cdot 15} = \frac{1170}{948} = 1,23 \text{ А},$$

$$J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 23 & 20 \\ -15 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 23 & -15 \\ -15 & 51 \end{vmatrix}} = \frac{23 \cdot 10 + 15 \cdot 20}{23 \cdot 51 - 15 \cdot 15} = \frac{530}{948} = 0,56 \text{ А}.$$

Токи в ветвях

$$I_1 = J_1 = 1,23 \text{ А}; \quad I_2 = -J_2 + J_1 = 1,23 - 0,56 = 0,67 \text{ А}; \quad I_3 = J_2 = 0,56 \text{ А}.$$

Составляем баланс мощностей.

Мощность генераторов (источников)

$$P_{\text{И}} = E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_2 = 30 \cdot 1,23 - 10 \cdot 0,67 = 30,2 \text{ Вт},$$

где произведение $E_2 \cdot I_2$ имеет знак минус (ток через источник не совпадает с ЭДС, значит источник ЭДС работает в режиме потребителя электрической энергии).

Мощность, потребляемая нагрузкой, составляет

$$P_{\text{Н}} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 8 \cdot 1,23^2 + 15 \cdot 0,56^2 + 36 \cdot 0,56^2 = 30,13 \text{ Вт}.$$

Погрешность баланса мощностей составляет

$$\gamma = \frac{P_{\text{И}} - P_{\text{Н}}}{P_{\text{И}}} \cdot 100\% = \frac{30,2 - 30,13}{30,2} \cdot 100\% = 0,23\% \leq 1\%$$

менее 1%, т. е. токи найдены верно.

2.7. Варианты контрольных заданий для задачи №2

Условие задачи №2

К генератору постоянного тока, имеющего ЭДС $E_1 = 12 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$, подключен для заряда аккумулятор с ЭДС E_2 и внутренним сопротивлением R_2 , а также n одинаковых ламп накаливания мощностью P каждая с номинальным напряжением $U_{\text{Н}} = 12 \text{ В}$. Лампы включаются параллельно. Данные E_2 , R_2 , n и P приведены в таблице 2.2. Составить схему электрической цепи, а затем перейти к расчетной схеме замещения. Определить токи в ветвях методом контурных токов. Составить баланс мощностей.

Таблица 2.2 - Варианты контрольных заданий для задачи №2

№ вар	E_2 , В	R_2 , Ом	P , Вт	n , шт		№ вар	E_2 , В	R_2 , Ом	P , Вт	n , шт
1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	10	8,5	5	2		26	10,5	8	6	3
2	8	4,8	3	4		27	8,5	6	2	5
3	9	3	2	6		28	9	4	3	6
4	11	5	1	7		29	11	7,5	2	8
5	6	4,5	1	8		30	6	6	1	9
6	5	6	2	7		31	5	7,6	2,5	4
7	7,5	5,8	3	5		32	4,8	3,5	2	10
8	4,8	6,2	5	3		33	7,5	4,5	1	12
9	8	3,8	4	2		34	10,5	4	1,5	6
10	7	5,2	3	4		35	11,2	3	2	4
11	10,5	6	1	3		36	8,7	2,5	2,5	5
12	11,2	6,5	1,2	5		37	7,8	2,8	3	3
13	8,7	8	2	6		38	7,5	4	2	2
14	7,5	10	1	8		39	9	3,5	1	4
15	7,8	4	1	10		40	10,2	3,8	0,5	6
16	9,2	3	2	5		41	9,8	4,2	0,5	7
17	6,7	2	2,5	4		42	7,2	5,6	1	6
18	7,8	1	3	2		43	6,8	7,2	0,5	8
19	6,5	2,5	2	6		44	10	3,2	0,5	10
20	7	3,2	3	3		45	11	3,5	2	5
21	5,8	2,8	2,5	5		46	8	4,2	2,5	4
22	8,7	4	3,5	7		47	7	2,8	2	3
23	9,2	2	2,5	8		48	8,5	2,5	3	3
24	10	3	2	9		49	9	3	2	5
25	11	1,8	2,5	6		50	9,5	2,6	1,5	6

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите основные элементы электрической цепи.
2. В чем отличие активных элементов электрической цепи от пассивных?
3. Приведите пример замкнутой электрической цепи и запишите для неё и её участков закон Ома.
4. Что называется ветвью, узлом и контуром электрической цепи?
5. Начертите внешние характеристики источников ЭДС и тока.
6. Назовите основные режимы работы двухполюсников.
7. Как определяется эквивалентное (общее) сопротивление при последовательном и параллельном соединении резисторов?
8. В чем суть метода эквивалентных преобразований при смешанном соединении элементов?
9. В каких случаях целесообразно осуществлять взаимное преобразование соединений элементов звездой и треугольником?
10. Сколько уравнений по первому и второму законам Кирхгофа следует составить для определения токов в сложной электрической цепи?
11. В чем состоит метод контурных токов и каково его преимущество перед другими методами расчета сложной электрической цепи?

3. ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Переменный ток (ЭДС, напряжение) может изменяться во времени как по периодическому, так и не по периодическому закону. В промышленности используется периодический ток (ЭДС, напряжение), изменяющийся по синусоидальному закону. Периодически изменяющаяся величина характеризуется периодом T [с] (интервал времени, по истечении которого значение данной величины повторяется). Число периодов в секунду характеризует частоту колебаний $f = 1/T$ [Гц].

3.1. Формы представления синусоидальных электрических величин

Любая, синусоидально изменяющаяся, электрическая величина (ток, напряжение, ЭДС) может быть представлена в аналитическом, графическом и комплексном видах.

Аналитическая форма представления

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad e = E_m \sin(\omega t + \psi_e),$$

где i , u , e – мгновенное значение синусоидального тока, напряжения, ЭДС, т. е. значения в рассматриваемый момент времени;

I_m , U_m , E_m – амплитуды синусоидального тока, напряжения, ЭДС;

$(\omega \cdot t + \psi)$ – фазовый угол, фаза; $\omega = 2 \cdot \pi / T$ – угловая частота, характеризующая скорость изменения фазы;

ψ_i , ψ_u , ψ_e – начальные фазы тока, напряжения, ЭДС отсчитываются от точки перехода синусоидальной функции через нуль к положительному значению до начала отсчета времени ($t = 0$). Начальная фаза может иметь как положительное так и отрицательное значение.

Графики мгновенных значений тока $i = I_m \sin(\omega t - \psi_i)$, и напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, показаны на рис. 3.1.

Начальная фаза напряжения сдвинута влево от начала отсчёта и является положительной $\psi_u > 0$, начальная фаза тока сдвинута вправо от начала отсчёта и является отрицательной $\psi_i < 0$. Алгебраическая величина, равная разности начальных фаз двух синусоид, называется сдвигом фаз φ . Сдвиг фаз между напряжением и током

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \psi_u - (-\psi_i) = \psi_u + \psi_i.$$

На практике приходится иметь дело не с мгновенными значениями синусоидальных величин, а с действующими. Все расчёты проводят для

действующих значений, в паспортных данных различных электротехнических устройств указаны действующие значения (тока, напряжения), большинство электроизмерительных приборов показывают действующие значения.

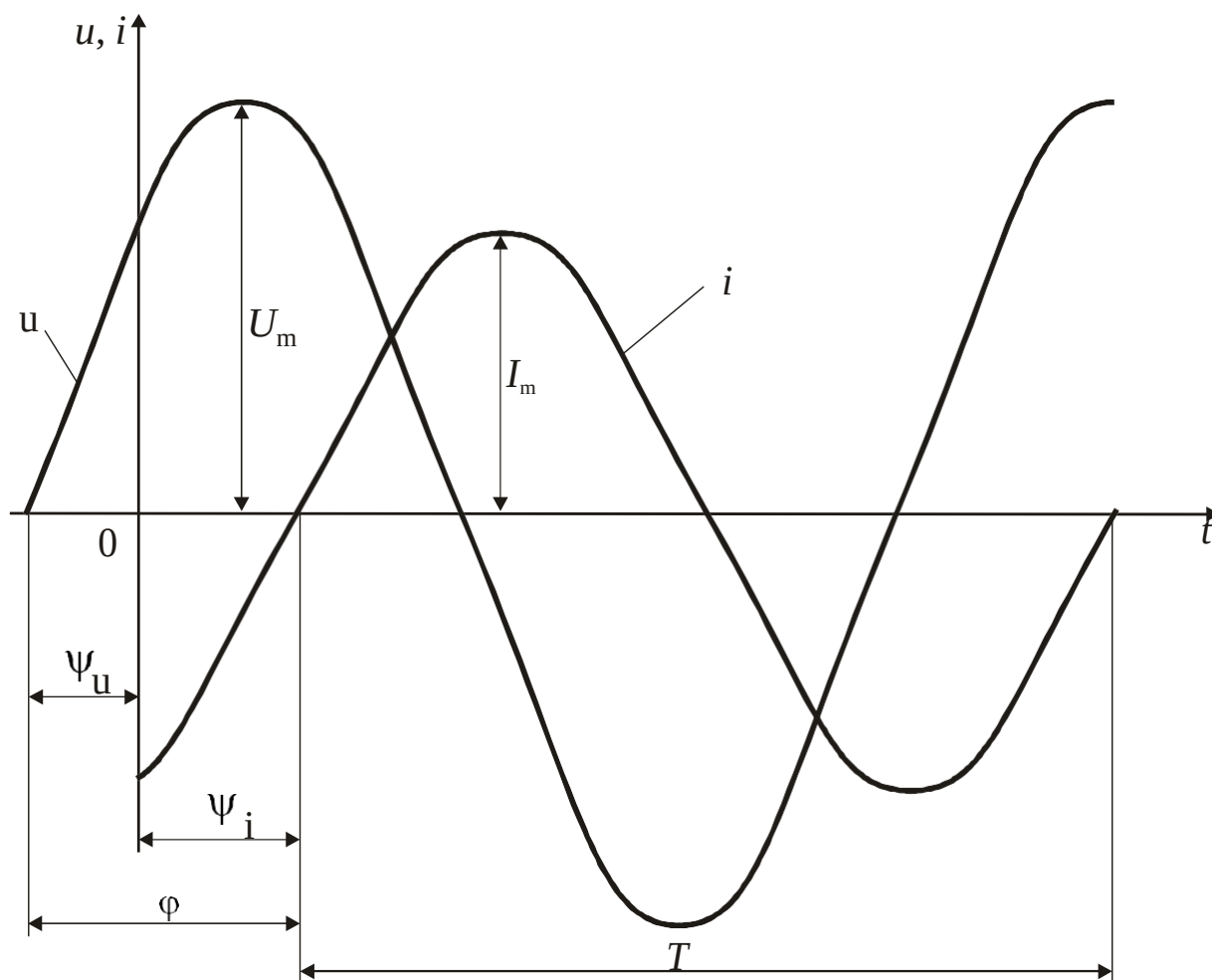


Рис. 3.1 - График мгновенных значений

Действующий ток является эквивалентом постоянного тока, который за одно и то же время выделяет в резисторе такое же количество тепла, как и переменный ток. Действующее значение связано с амплитудным простым соотношением

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Векторная форма представления синусоидальной электрической величины — это вращающийся в декартовой системе координат вектор с началом в точке 0 , длина которого равна амплитуде синусоидальной величины, угол относительно оси x — её начальной фазе, а частота вра-

щения – $\omega = 2\pi f$. Проекция данного вектора на ось y в любой момент времени определяет мгновенное значение рассматриваемой величины.

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные функции, называют векторной диаграммой, рис. 3.2

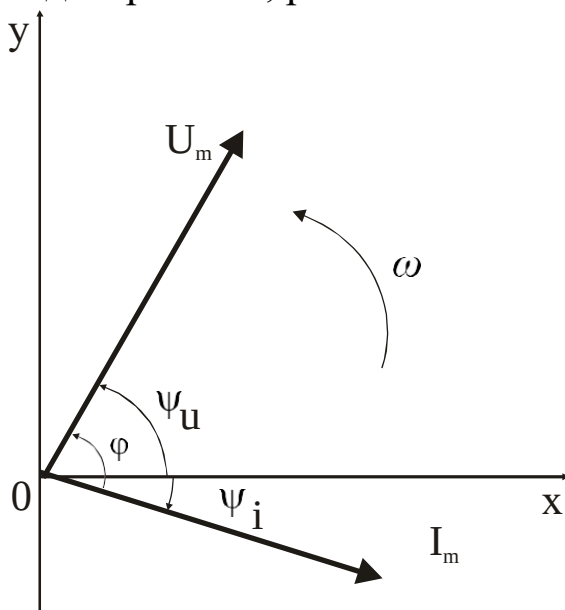


Рис. 3.2. Представление синусоидальных напряжения и тока векторной диаграммой в момент времени $t = 0$

В дальнейшем обозначение осей координат можно опускать. Векторная диаграмма строится также для действующих значений синусоидальных величин.

Комплексное представление синусоидальных электрических величин сочетает наглядность векторных диаграмм с проведением точных аналитических расчётов цепей.

Ток и напряжение изобразим в виде векторов на комплексной плоскости, рис. 3.3. Ось абсцисс называют осью действительных чисел и обозначают $+1$, ось ординат называют осью мнимых чисел и обозначают $+j$. (В некоторых учебниках ось действительных чисел обозначают **Re**, а ось мнимых – **Im**). Рассмотрим векторы $\underline{U}$ и $\underline{I}$ в момент времени $t = 0$. Каждому из этих векторов соответствует комплексное число, которое может быть представлено в трёх формах:

Алгебраической

$$\underline{U} = U' + jU''$$

$$\underline{I} = I' - jI'',$$

где U' , jU'' , I' , jI'' – проекции векторов на оси действительных и мнимых чисел.

Показательной

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\psi_u}$$

$$\underline{I} = I \cdot e^{-j\psi_i},$$

где U, I – модули (длины) векторов; e – основание натурального логарифма; $e^{j\psi_u}$ и $e^{-j\psi_i}$ – поворотные множители, т. к. умножение на них соответствует повороту векторов относительно положительного направления действительной оси на угол, равный начальной фазе.

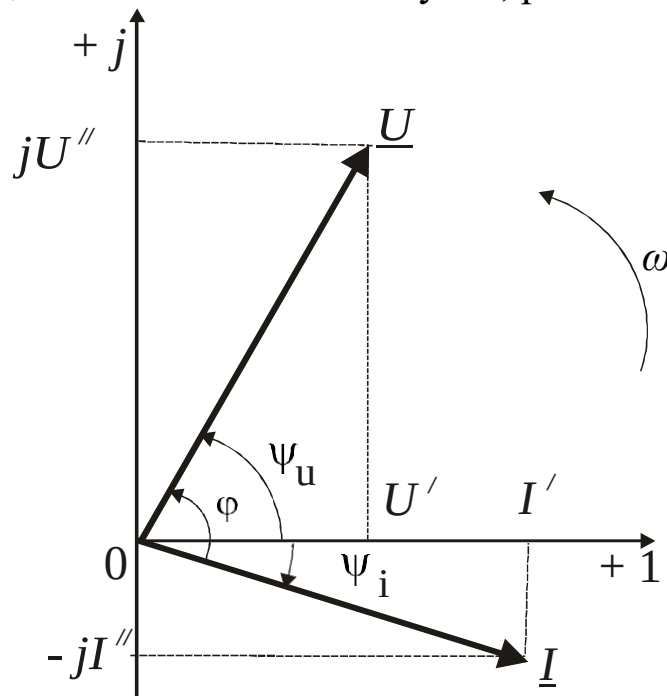


Рис. 3.3 - Представление синусоидальных напряжения и тока векторной диаграммой на комплексной плоскости

Тригонометрической

$$\underline{U} = U \cdot (\cos\psi_u + j\sin\psi_u)$$

$$\underline{I} = I \cdot (\cos\psi_i - j\sin\psi_i).$$

При решении задач в основном применяют алгебраическую форму (для операций сложения и вычитания) и показательную форму (для операций умножения и деления). Связь между ними устанавливается формулой Эйлера

$$e^{j\psi} = \cos\psi + j\sin\psi.$$

Примечание:

Операции над комплексными числами

$$j = \sqrt{-1}$$

$$j^2 = -1.$$

Сложение и вычитание комплексных чисел производится путем сложения и вычитания действительных и мнимых составляющих комплексных чисел

$$(a + jb) \pm (c + jd) = (a \pm c) + j(b \pm d),$$

$$(2 + j3) + (4 + j5) = 6 + j8, \quad (2 + j3) - (4 + j5) = -2 - j2.$$

Умножение комплексных чисел проводится путем почленного умножения действительных и мнимых составляющих

$$(a + jb) \cdot (c + jd) = a \cdot c + jb \cdot c + ja \cdot d + j^2 b \cdot d = (ac - bd) + j(bc + ad).$$

При делении на комплексное число, выраженное в алгебраической форме, нужно числитель и знаменатель умножить на число, сопряженное знаменателю

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb) \cdot (c - jd)}{(c + jd) \cdot (c - jd)} = \frac{a \cdot c - ja \cdot d + jb \cdot c - j^2 b \cdot d}{c^2 - jc \cdot d + jc \cdot d - j^2 d^2} = \frac{(a \cdot c + b \cdot d) - j(a \cdot d - b \cdot c)}{c^2 + d^2}$$

или

$$\frac{2 + j3}{4 + j5} = \frac{(2 + j3) \cdot (4 - j5)}{(4 + j5) \cdot (4 - j5)} = \frac{8 - j10 + j12 - j^2 15}{4^2 + 5^2} = \frac{23 + j2}{41} = 0,56 + j0,05.$$

Действия с комплексными числами достаточно просто выполняются с помощью инженерного калькулятора.

3.2. Цепь синусоидального тока с идеальным резистором

Рассмотрим электрические процессы, возникающие в цепи, состоящей из идеального резистора.

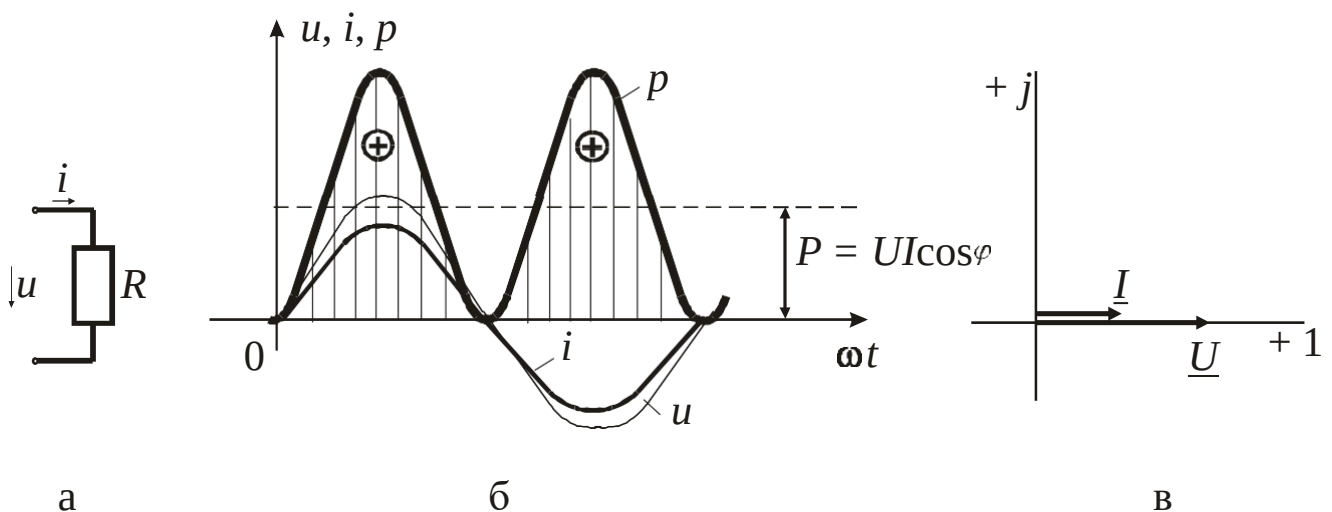


Рис. 3.4 - а) схема замещения; б) временная; в) векторная диаграммы

В резисторе происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую. Параметром, характеризующим это свойство резистора, является сопротивление R .

Пусть напряжение на резисторе изменяется по закону

$$u = U_m \sin \omega t,$$

где начальная фаза для простоты принята равной нулю, $\psi_u = 0$.

Ток в цепи определяется по закону Ома

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \cdot \sin \omega t}{R} = I_m \cdot \sin \omega t.$$

В этом выражении начальная фаза тока равна нулю ($\psi_i = 0$), т. е. на резисторе ток и напряжение совпадают по фазе, $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$. Амплитудные (как и действующие) значения связаны законом Ома

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad \text{или} \quad I = \frac{U}{R}.$$

Мгновенная мощность, потребляемая резистором

$$p = u \cdot i = U_m \cdot I_m \sin^2 \omega t = U_m \cdot I_m \cdot (1 - \cos 2\omega t)/2 = U \cdot I \cdot (1 - \cos 2\omega t).$$

Мгновенная мощность является положительной, рис.3.4, б. Это означает, что вся энергия, поступающая от источника, потребляется активной нагрузкой с сопротивлением R .

На практике пользуются средним значением мощности за период, которое называют активной мощностью. Процесс преобразования электрической энергии в тепло на резисторе количественно оценивается именно этой мощностью.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I \cdot (1 - \cos 2\omega t) dt = U \cdot I.$$

Активная мощность выражается в Вт. Учитывая, что

$$U = R \cdot I, \quad \text{получаем} \quad P = R \cdot I^2.$$

Запишем электрические величины в комплексной форме.

Напряжение и ток (действующие значения)

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\psi_u}; \quad \underline{I} = I \cdot e^{j\psi_i}; \quad \psi_u = \psi_i.$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\psi_u}}{I \cdot e^{j\psi_i}} = R \cdot e^{j(\psi_u - \psi_i)} = R \cdot e^{j0} = R.$$

Активное сопротивление R является положительным действительным числом (мнимая часть комплексного сопротивления Z равна нулю).

3.3. Цепь синусоидального тока с идеальной индуктивностью

Катушка индуктивности при протекании по ней тока обладает способностью создавать магнитное поле. Это свойство характеризуется параметром катушки, называемым индуктивностью L . Катушка обладает и активным сопротивлением

$$R_K = \rho \cdot \frac{l}{s},$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника; l – длина проводника; s – сечение проводника.

Для удобства анализа работы катушки в цепи переменного тока условно будем считать, что $R_K = 0$ (идеализированная катушка).

Пусть по катушке с числом витков w протекает ток, изменяющийся по закону $I = I_m \sin \omega t$ (начальная фаза принята равной нулю). Этот ток создаёт синусоидальный магнитный поток, мгновенное значение которого равно

$$\Phi_t = \frac{L \cdot i}{w} = \Phi_m \cdot \sin \omega t,$$

где Φ_m – амплитуда потока, $\Phi_m = \frac{L \cdot I_m}{w}$, а начальная фаза и частота равны начальной фазе и частоте тока.

Напряжение источника $u = u_L$ уравнивается ЭДС самоиндукции e_L катушки

$$\begin{aligned} u_L = -e_L &= L \frac{di}{dt} = L \frac{dI_m \sin \omega t}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \\ &= \omega L I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}). \end{aligned}$$

Из выражения видно, что начальная фаза напряжения $\psi_u = \pi/2$. Следовательно, синусоида напряжения на идеальной катушке индуктивности опережает синусоиду тока по фазе на угол $\pi/2$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2 - 0 = \pi/2.$$

На практике, если напряжение по фазе опережает ток, говорят об индуктивном характере нагрузки. График мгновенных значений и векторная диаграмма тока и напряжения цепи с индуктивностью приведены на рис. 3.5.

Амплитуда напряжения

$$U_m = \omega L I_m,$$

откуда имеем

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}.$$

Действующее значение тока равно

$$I = \frac{U}{\omega L}.$$

Это выражение представляет закон Ома для идеальной индуктивности.

Индуктивное сопротивление ωL выражается в Ом и обозначается X_L , т. е.

$$X_L = \omega L = 2 \pi f L.$$

Индуктивное сопротивление катушки имеет место только в том случае, когда происходит изменение тока во времени и зависит от скорости его изменения. При постоянном токе ($f = 0$) индуктивное сопротивление равно нулю.

Мгновенная мощность в индуктивном элементе

$$p = u \cdot i = U_m \cdot I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t = U \cdot I \sin 2\omega t.$$

Амплитудное значение мгновенной мощности $U \cdot I$ называют реактивной мощностью

$$Q_L = U \cdot I,$$

или учитывая, что $U = X_L \cdot I$,

$$Q_L = X_L \cdot I^2.$$

Реактивная мощность имеет размерность ВАр.

Активная мощность в такой цепи, определяемая как средняя мощность за период, равна нулю, рис. 3.5, б).

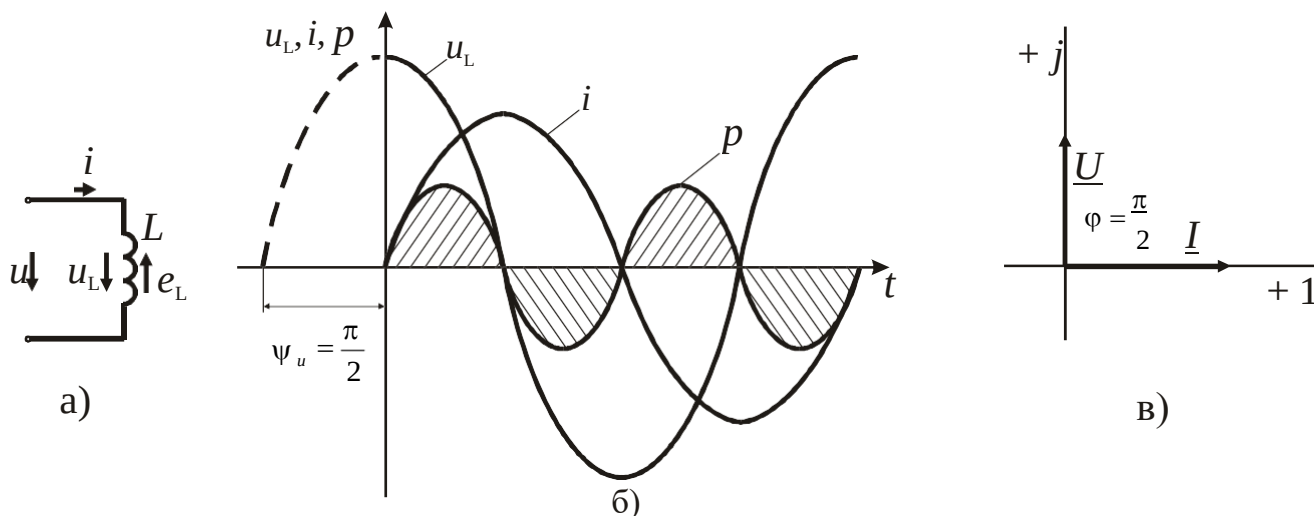


Рис. 3.5 - Схема замещения (а), временная (б) и векторная (в) диаграммы цепи с индуктивным элементом

С энергетической точки зрения такой характер графика мгновенной мощности отражает накопление энергии в магнитном поле катушки (когда мощность положительная) и возврат её обратно источнику питания (когда мощность отрицательная). Обмен электрической энергией между источником и приемником количественно оценивается именно реактивной мощностью. Приёмники, которые получают энергию от источника, а затем возвращают её источнику, называют реактивными.

Запишем электрические величины в комплексной форме. Напряжение и ток в цепи имеют вид (действующие значения)

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\psi_u}, \quad \underline{I} = I \cdot e^{j\psi_i}, \quad \psi_u = \pi/2, \quad \psi_i = 0, \quad \varphi = \pi/2.$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\psi_u}}{I \cdot e^{j\psi_i}} = \omega L e^{j\pi/2} = j\omega L = j X_L.$$

Индуктивное сопротивление является положительным мнимым числом.

3.4. Цепь синусоидального тока с идеальным конденсатором

Конденсатор – элемент электрической цепи, предназначенный для использования его ёмкости. В конденсаторе накапливается энергия электрического поля. Свойство элемента запасать электрический заряд характеризует ёмкость. Этот параметр является коэффициентом пропорциональности между зарядом q и прикладываемым напряжением u

$$q = C \cdot u,$$

где q – выражается в кулонах [Кл], C – в фарадах [Ф], u – в вольтах [В]. При изменении напряжения на конденсаторе изменяется заряд и возникает электрический ток

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}.$$

Идеализированный конденсатор обладает только параметром C .

Рассмотрим электрические процессы в цепи с идеальным ёмкостным элементом, рис. 3.6, а.

Пусть напряжение источника изменяется по закону

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (\psi_u = 0).$$

В цепи возникает ток

$$i = C \frac{du}{dt} = \omega C U \cos \omega t = \omega C U \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Из полученного выражения видно, что начальная фаза тока $\psi_i = \pi/2$. Угол сдвига фаз между напряжением и током составляет

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - \pi/2 = -\pi/2.$$

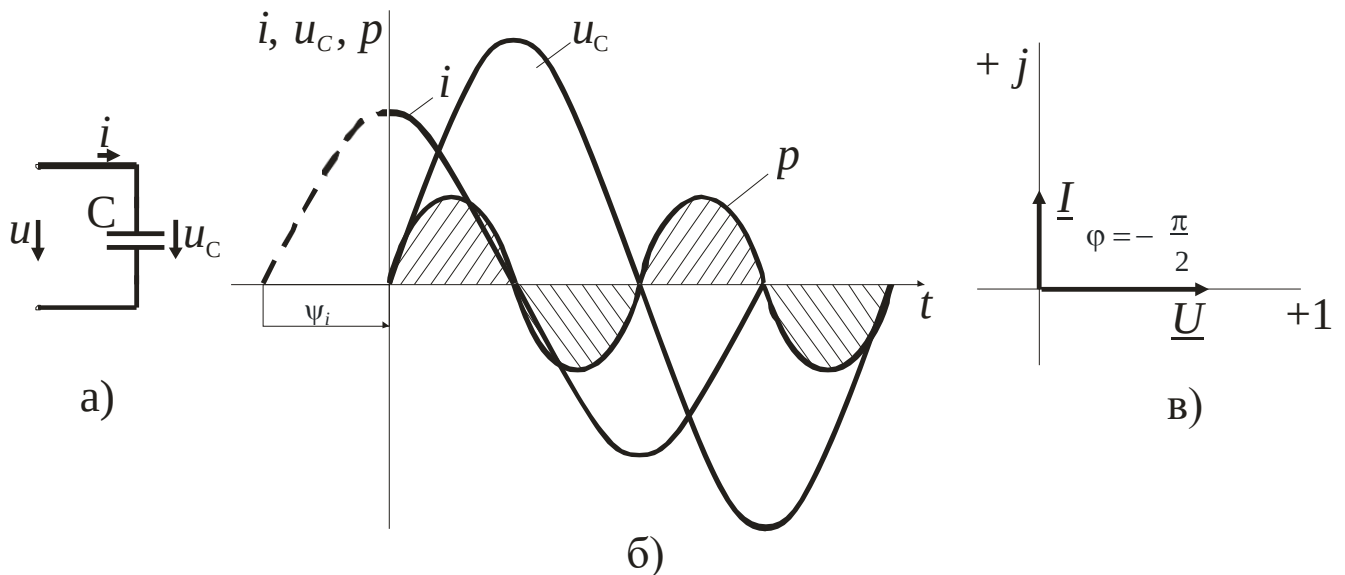


Рис. 3.6

- а) схема замещения цепи с емкостным элементом;
б) временная диаграмма; в) векторная диаграмма

Следовательно, синусоида напряжения на емкости отстаёт от синусоиды тока на угол $\pi/2$, рис. 3.6, б, в. На практике, если в электрической цепи напряжение отстаёт по фазе от тока, говорят об ёмкостном характере нагрузки.

Амплитуда тока

$$I_m = \omega \cdot C \cdot U_m,$$

действующее значение

$$I = \omega C U = \frac{U}{1/\omega C}.$$

Это выражение представляет закон Ома. Величину $1/\omega \cdot C$ называют ёмкостным сопротивлением конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} [\text{Ом}].$$

Ёмкостное сопротивление имеет место только в том случае, когда происходит изменение напряжения на обкладках конденсатора. При постоянном напряжении ($f = 0$) ёмкостное сопротивление равно бесконечности (т. е. в цепи будет разрыв).

Мгновенная мощность ёмкостного элемента

$$p = u \cdot i = U_m I_m \sin \omega t \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = UI \sin 2\omega t.$$

Амплитуда мгновенной мощности равна реактивной мощности

$$Q_C = U \cdot I = X_C \cdot I^2.$$

Активная мощность (средняя за период) равна нулю, рис. 3.6, б.

С энергетической точки зрения график мгновенной мощности отражает накопление энергии в электрическом поле конденсатора (когда мощность положительная) и возврат её источнику питания (когда мощность отрицательная). Следовательно, ёмкостной элемент является реактивной нагрузкой.

Выразим электрические величины в комплексной форме. Напряжение и ток (действующие значения) в цепи имеют вид

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\psi_u}, \quad \underline{I} = I \cdot e^{j\psi_i}, \quad \psi_u = 0, \quad \psi_i = \pi/2, \quad \varphi = -\pi/2.$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\psi_u}}{I \cdot e^{j\psi_i}} = \frac{U \cdot e^0}{I \cdot e^{j\pi/2}} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-j\pi/2} = -j \frac{1}{\omega C} = -jX_C.$$

Ёмкостное сопротивление является отрицательным мнимым числом.

3.5. Последовательное соединение активного, индуктивного и ёмкостного элементов

Рассмотрим процессы, происходящие в цепи, содержащей индук-

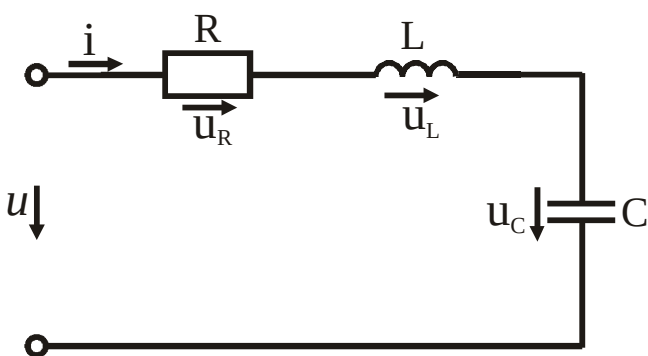


Рис. 3.7 - Схема замещения последовательной цепи R, L, C

тивную катушку с параметрами L , R и конденсатор с параметром C . Схема замещения цепи показана на рис. 3.7.

Для последовательной цепи общим является ток. Согласно второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжение на входе цепи определяется выражением

$$u = u_R + u_L + u_C.$$

Запишем это уравнение в комплексной форме

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C.$$

Заменяя напряжения на элементах произведением тока на соответствующие сопротивления, получаем

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} + jX_L \cdot \underline{I} - jX_C \cdot \underline{I} = [R + j(X_L - X_C)] \cdot \underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I},$$

где $\underline{Z}$ – полное комплексное сопротивление цепи,

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C).$$

Представим это уравнение векторной диаграммой, рис. 3.8, а.

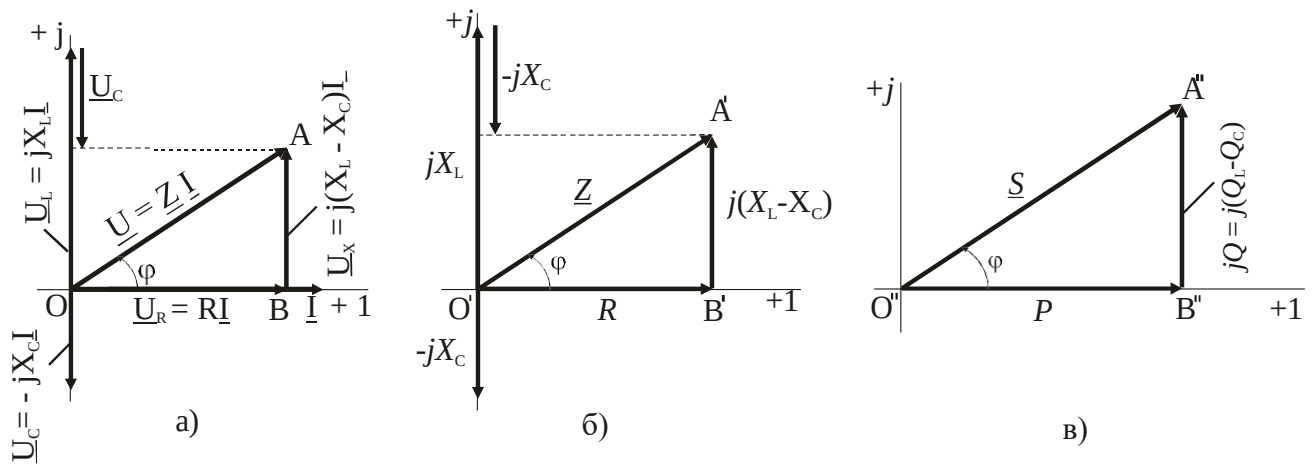


Рис. 3.8

а) векторная диаграмма для нагрузки индуктивного характера ($X_L > X_C$); б) треугольник сопротивлений; в) треугольник мощностей

Построение векторной диаграммы начинаем с отложения на комплексной плоскости вектора тока $\underline{I}$, который является общим для всех элементов цепи. Причём направление вектора выбираем произвольно. На рис 3.8, а вектор тока $\underline{I}$ выбран совпадающим с положительным направлением действительной оси. Вектор напряжения на активном сопротивлении $\underline{U}_R$ совпадает по направлению с вектором тока, его называют активной составляющей напряжения, $\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}$. Вектор напряжения на индуктивности катушки $\underline{U}_L = jX_L \cdot \underline{I}$ опережает вектор тока на угол 90° . Вектор напряжения на ёмкости $\underline{U}_C = -jX_C \cdot \underline{I}$ отстает от вектора тока на угол 90° . Геометрическая сумма трёх векторов напряжения даёт вектор напряжения $\underline{U}$, приложенного к цепи. Результирующий вектор напряжения $\underline{U}$ опережает вектор тока $\underline{I}$ на угол φ . При построении диаграммы условно принято $\underline{U}_L > \underline{U}_C$. В построенной диаграмме можно выделить треугольник ОАВ, называемый треугольником напряжений. Сторона треугольника

$$AB = \underline{U}_X = \underline{U}_L + \underline{U}_C = j(X_L - X_C) \cdot \underline{I}$$

называется реактивной составляющей напряжения. Из треугольника напряжений можно найти модуль напряжения на зажимах цепи

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}.$$

Разделим все векторы комплексных напряжений (треугольника ОАВ, рис. 3.8, а) на вектор комплексного тока, тогда получим треугольник сопротивлений О'А'В' для случая $X_L > X_C$ (рис. 3.8, б). Из треугольника сопротивлений можно определить модуль полного сопротивления и угол φ

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$
$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Знак угла φ зависит от характера нагрузки: плюс соответствует индуктивной нагрузке, минус – ёмкостной.

В общем случае электрическая цепь в зависимости от соотношения между индуктивным и ёмкостным сопротивлениями может иметь индуктивный характер при $X_L > X_C$, ёмкостный характер при $X_L < X_C$ и активный характер при $X_L = X_C$.

3.6. Мощность однофазной цепи синусоидального тока

Активная мощность определяется выражением

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = R \cdot I^2 \text{ [Вт]}.$$

Она характеризует интенсивность необратимого преобразования электрической энергии в другие виды энергии.

Реактивная мощность определяется выражением

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = X \cdot I^2 \text{ [Вар]}.$$

Она характеризует интенсивность колебательного обмена энергией между источником и реактивными элементами приемника без её преобразования.

Полная мощность определяется выражением

$$S = U \cdot I = Z \cdot I^2 \text{ [В} \cdot \text{А]}.$$

Она характеризует амплитуду колебания мощности в цепи.

Комплексная мощность определяется выражением

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot e^{j\psi_u} \cdot I \cdot e^{-j\psi_i} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = \\ = U \cdot I \cdot \cos\varphi + jU \cdot I \cdot \sin\varphi = P + jQ,$$

где $\underline{I}^*$ - сопряженный вектор.

Умножив все стороны треугольника напряжений на ток, получаем треугольник мощностей О"А"В", рис. 3.8, в.

Модуль полной мощности равен

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}.$$

Пример:

Последовательно с реостатом, рис. 3.9, а, имеющим сопротивление $R = 20$ Ом, включена катушка, параметры которой $R_k = 6,4$ Ом и $L = 42,7$ мГн. Действующее значение напряжения источника $U = 220$ В, частота $f = 50$ Гц. Определить ток в цепи, напряжения на реостате и катушке, разность фаз между напряжением источника и током. Вычислить активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

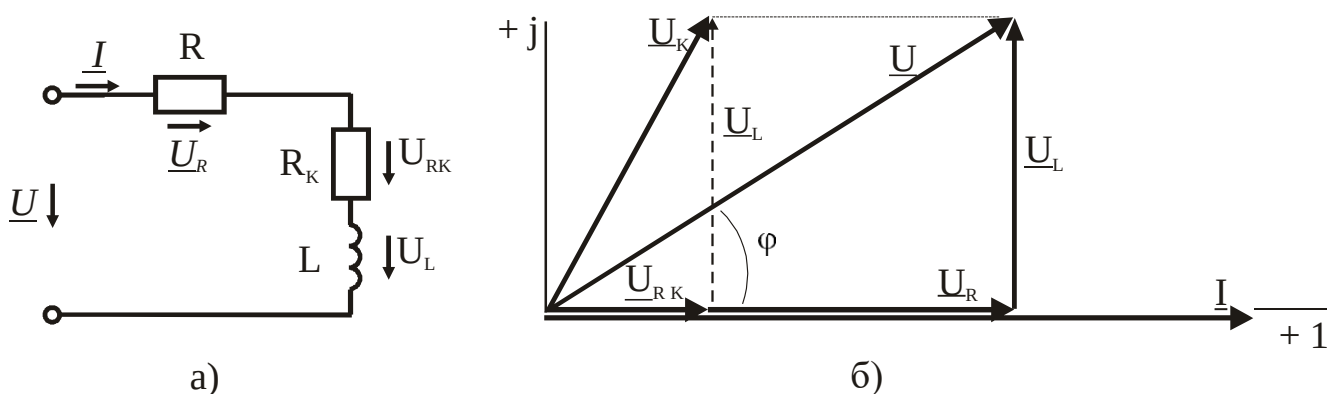


Рис. 3.9

а) схема замещения; б) векторная диаграмма

Решение в комплексной форме.

Комплексное сопротивление катушки

$$\underline{Z}_K = R_k + jX_L = 6,7 + j13,4 \text{ Ом.}$$

Полное комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = (R + R_k) + jX_L = 26,7 + j13,4 \text{ Ом.}$$

Комплексный ток в цепи согласно закону Ома

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{26,7 + j13,4} = \frac{220 \cdot (26,7 - j13,4)}{(26,7 + j13,4) \cdot (26,7 - j13,4)} = \frac{5874 - j2948}{26,7^2 + 13,4^2} = \frac{5874 - j2948}{892} = 6,58 - j3,3 \text{ A.}$$

Действующее значение тока

$$I = \sqrt{6,58^2 + 3,3^2} = 7,35 \text{ A.}$$

Комплексы напряжений на реостате и катушке

$$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I} = 20 \cdot (6,58 - j3,3) = 131,6 - j66 \text{ B,}$$

$$\underline{U}_K = \underline{Z}_K \cdot \underline{I} = (6,7 + j13,4) \cdot (6,58 - j3,3) = 88,31 + j66,06 \text{ B.}$$

Комплексы напряжений на активном и индуктивном сопротивлениях катушки

$$\underline{U}_{RK} = R_K \cdot \underline{I} = 6,7 \cdot (6,58 - j3,3) = 44,09 - j22,11 \text{ B,}$$

$$\underline{U}_L = jX_L \cdot \underline{I} = 13,4 \cdot (6,58 - j3,3) = 88,17 - j44,22 \text{ B.}$$

Действующие значения напряжений

$$U_R = \sqrt{131^2 + 66^2} = 147 \text{ B,}$$

$$U_K = \sqrt{88,31^2 + 66,06^2} = 110 \text{ B,}$$

$$U_{RK} = \sqrt{44,09^2 + 22,4^2} = 49,45 \text{ B,}$$

$$U_L = \sqrt{88,17^2 + 44,22^2} = 98,63 \text{ B.}$$

Угол сдвига по фазе между напряжением на зажимах цепи и током определяем из векторной диаграммы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R + U_{RK}} = \frac{98,63}{49,45 + 147} = 0,5,$$

тогда

$$\varphi = \operatorname{arctg} 0,5 = 26^\circ 30'.$$

Комплексная мощность потребителей

$$\underline{S}_\Pi = \underline{Z} \cdot \underline{I}^2 = (26,7 + j13,4) \cdot 7,35^2 = 1442,4 + j723,9 \text{ B A.}$$

Активная мощность потребителей

$$P_\Pi = 1442,4 \text{ Вт;}$$

реактивная мощность потребителей

$$Q_\Pi = 723,9 \text{ Вар.}$$

Комплексная мощность на зажимах цепи

$$\begin{aligned}\underline{S}_H &= \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 220 \cdot (6,58 + j3,3) = 1447,6 + j726 \text{ В} \cdot \text{А}; \\ P_H &= 1447,6 \text{ Вт}; \\ Q_H &= 726 \text{ ВАр}.\end{aligned}$$

Баланс мощности сходится, т. е. ток найден правильно.

Векторная диаграмма строится на комплексной плоскости, рис. 3.9, б. Необходимо вычисленные значения тока и напряжений отложить в масштабе на осях $+1$, $+j$ плоскости.

Построение качественной векторной диаграммы для последовательной цепи удобно начинать с построения вектора тока, т. к. он является общим для всех элементов цепи. Вектор тока откладываем совпадающим с действительной осью (принимая, что $\psi_1 = 0$). Векторы $\underline{U}_{RK}$ и $\underline{U}_R$ совпадают с направлением вектора тока, а вектор $\underline{U}_L$ опережает вектор тока на угол 90° . Геометрическая сумма всех векторов напряжения равна напряжению на входе электрической цепи. Векторная диаграмма показана на рис. 3.9, б.

3.7. Параллельное соединение активного, индуктивного и ёмкостного элементов

Рассмотрим электрическую цепь, схема замещения которой показана на рис. 3.10. Цепь состоит из трёх параллельных ветвей. Общим

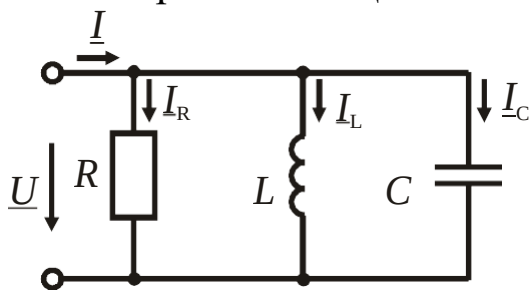


Рис. 3.10 - Схема замещения параллельной цепи R, L, C

для всех ветвей является напряжение, приложенное к цепи.

Пусть заданы напряжение U , параметры R , L , C и частота f . Требуется определить все токи и построить векторную диаграмму. Токи в ветвях соответственно равны (расчёт проводим в комплексной форме)

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3},$$

где комплексные сопротивления ветвей соответственно равны

$$\underline{Z}_1 = R_1, \quad \underline{Z}_2 = j\omega L = jX_L, \quad \underline{Z}_3 = -j1/\omega C = -jX_C.$$

Общий ток согласно первого закона Кирхгофа

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C.$$

Построение векторной диаграммы токов и напряжения для параллельной цепи удобно начинать с построения вектора напряжения $\underline{U}$. Этот вектор проводим совпадающим с положительным направлением действительной оси $+1$. (Вообще вектор напряжения откладывают в произвольном направлении). Этот вектор является базовым вектором.

Вектор тока $\underline{I}_R$ совпадает по фазе с напряжением; вектор тока $\underline{I}_L$ через индуктивность отстает от напряжения на угол 90° ; вектор тока $\underline{I}_C$ через ёмкость опережает напряжение на угол 90° . Условно принимаем, что $\underline{I}_L < \underline{I}_C$.

Геометрическая сумма трёх векторов токов $\underline{I}_R$, $\underline{I}_L$, $\underline{I}_C$ даёт вектор тока в неразветвлённой части цепи. Этот вектор $\underline{I}$ опережает вектор приложенного к цепи напряжения на угол φ . В этом случае говорят об ёмкостном характере нагрузки в цепи. В построенной диаграмме можно выделить треугольник OAB , называемый треугольником токов. Отдельно он показан на рис. 3.11, б. Сторона OB называется активной составляющей тока, сторона AB – реактивной составляющей тока. Из треугольника токов получаем модуль полного тока

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_X^2}.$$

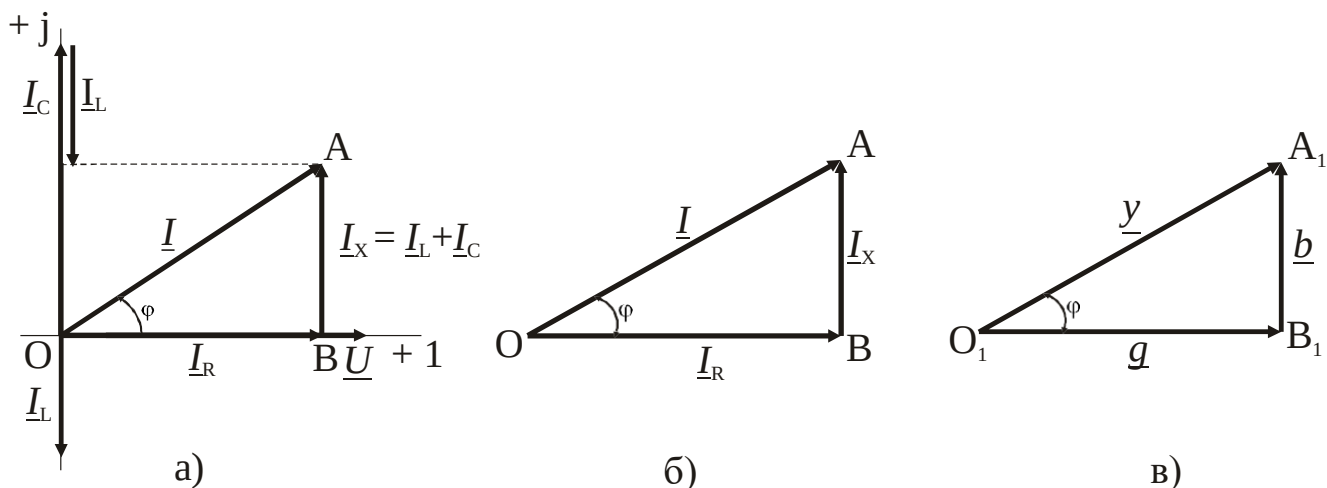


Рис. 3.11

- а) векторная диаграмма для параллельной цепи R, L, C ;
 б) треугольник токов; в) треугольник проводимостей

Выражения для составляющих токов и угла φ

$$I_R = I \cdot \cos \varphi, \quad I_X = I \cdot \sin \varphi, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{I_X}{I_R}.$$

Разделив стороны треугольника токов на напряжение, получим треугольник проводимостей $O_1A_1B_1$, рис. 3.11, в. В нем сторона O_1B_1 представляет активную проводимость $g = \frac{I_R}{U}$, сторона A_1B_1 – реактивную проводимость $b = \frac{I_X}{U}$, а гипотенуза O_1A_1 представляет полную комплексную проводимость

$$y = g + jb,$$

а ее модуль

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_C - b_L)^2}.$$

Обычно проводимостями пользуются при преобразовании сложных электрических цепей в более простые.

Пример:

К электрической цепи, рис. 3.12, а, подведено синусоидальное напряжение частотой $f = 50$ Гц с действующим значением $U = 100$ В. Параметры элементов схемы: $R_1 = 30$ Ом, $L = 0,1$ Гн, $C = 50$ мкФ, $R_2 = 20$ Ом. Определить токи в ветвях схемы и показания приборов. Составить баланс мощности. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжения.

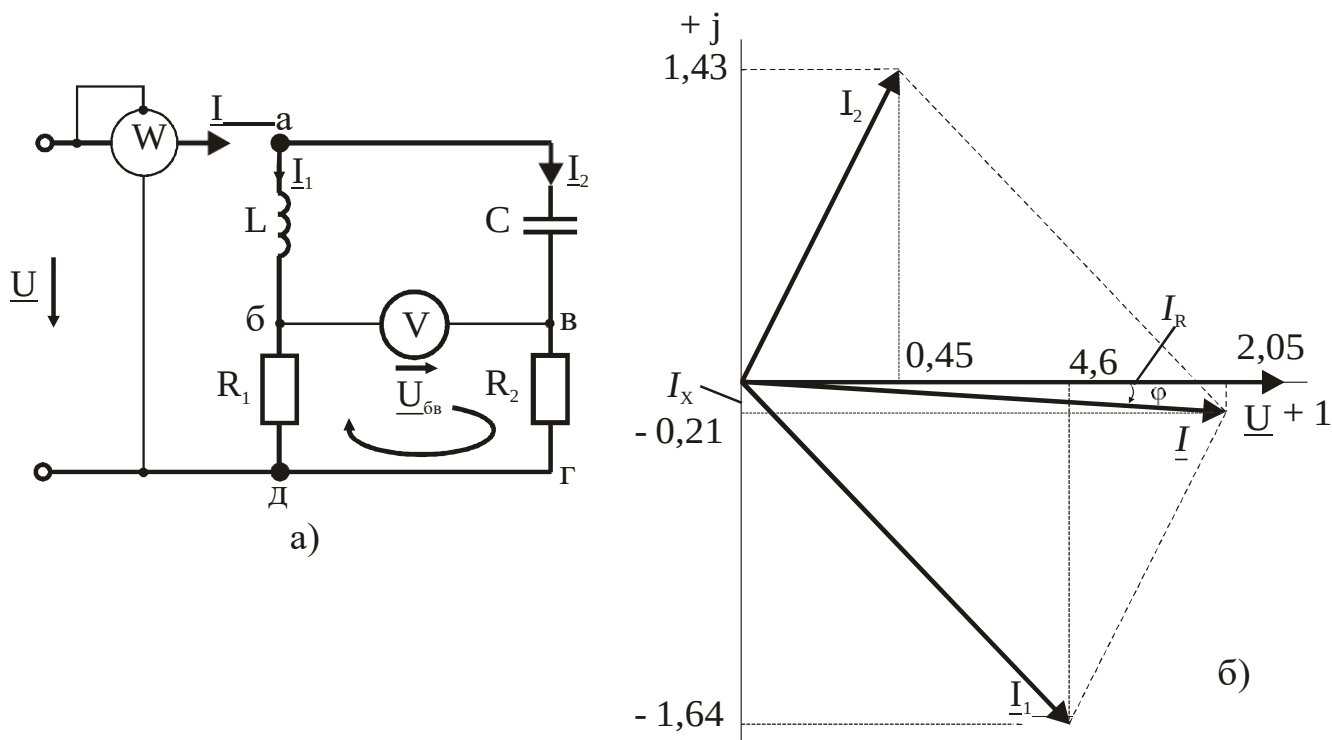


Рис. 3.12 - Параллельная цепь:
а) схема замещения; б) векторная диаграмма

Определяем комплексные сопротивления параллельных ветвей.
Сопротивление первой ветви

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L,$$

где

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 6,28 \cdot 50 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = 30 + j31,4 \text{ Ом.}$$

Комплексное сопротивление второй ветви

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C;$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 63,7 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = 20 - j63,7 \text{ Ом.}$$

Находим комплексные значения токов в ветвях

$$\begin{aligned} I_{-1} &= \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{100}{30 + j31,4} = \frac{100 \cdot (30 - j31,4)}{(30 + j31,4) \cdot (30 - j31,4)} = \frac{3000 - j3140}{30^2 + 31,4^2} = \\ &= 1,6 - j1,64 \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{-2} &= \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{100}{20 - j63,7} = \frac{100 \cdot (20 + j63,7)}{(20 - j63,7) \cdot (20 + j63,7)} = \frac{2000 + j6370}{20^2 + 63,7^2} = \\ &= 0,45 + j1,43 \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 1,6 - j1,64 + 0,45 + j1,43 = 2,05 - j0,21 \text{ А.}$$

Действующие значения токов

$$I_1 = \sqrt{1,6^2 + 1,64^2} = 2,29 \text{ А};$$

$$I_2 = \sqrt{0,45^2 + 1,43^2} = 1,5 \text{ А.}$$

$$I = \sqrt{2,05^2 + 0,21^2} = 2,06 \text{ А.}$$

Для определения показания вольтметра составляем уравнение согласно второго закона Кирхгофа для контура б, в, г, д, б. Произвольно выбираем направление обходе контура, показанное на рис. 3.12, а стрелкой

$$0 = \underline{U}_{\text{бв}} + R_2 \underline{I}_2 - R_1 \underline{I}_1;$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{\text{бв}} &= -R_2 \underline{I}_2 + R_1 \underline{I}_1 = -20 \cdot (0,45 + j1,43) + 30(1,6 - j1,64) = \\ &= -9 - j28,6 + 48 - j49,2 = 39 - j77,8 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{\text{бв}} = 39 - j77,8 \text{ В.}$$

Вольтметр покажет действующее значение напряжения $U_{\text{бв}}$

$$U_{\text{бв}} = \sqrt{39,2^2 + 77,8^2} = 87,03 \text{ В.}$$

Ваттметр измеряет мощность, потребляемую активной нагрузкой (R_1 и R_2).

Известно, что

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

В этом выражении неизвестным является $\cos \varphi$, где φ угол сдвига между напряжением U и током I . Определить угол φ (или $\cos \varphi$) можно разными путями. Например, $\cos \varphi$ можно найти из выражения для общего тока, учитывая, что начальная фаза напряжения равна нулю. Для этого обратимся к комплексному значению общего тока

$$\underline{I} = 2,05 - j0,21 \text{ А,}$$

где $I_R = 2,05 \text{ А}$ – активная составляющая тока (проекция комплексного вектора полного тока на ось действительных чисел);

$I_X = -j0,21 \text{ А}$ – реактивная составляющая тока (проекция комплексного вектора полного тока на ось мнимых чисел).

Тогда

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{2,05}{2,06} = 0,995,$$

где $I = 2,06 \text{ А}$ – действующее значение общего тока.

Показание ваттметра

$$P = 100 \cdot 2,06 \cdot 0,995 = 205 \text{ Вт.}$$

Составим баланс мощностей.

Комплексная мощность, поступающая от источника

$$\underline{S}_{\text{И}} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 100 \cdot (2,05 + j0,21) = 205 + j21 \text{ ВА,}$$

где $P_{\text{И}} = 205 \text{ Вт}$; $Q_{\text{И}} = 21 \text{ Вар}$.

Мощности приёмников

$$P_{\Pi} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 30 \cdot 2,31^2 + 20 \cdot 1,2^2 = 160 + 45 = 205 \text{ Вт.}$$

$$Q_{\Pi} = Q_L - Q_C = X_L \cdot I_1^2 - X_C \cdot I_2^2 = 31,4 \cdot 2,29^2 - 63,7 \cdot 1,5^2 = 21,34 \text{ Вар.}$$

$$S_{\Pi} = P_{\Pi} + jQ_{\Pi} = 205 + j21,34 \text{ ВА.}$$

Результаты расчётов показывают, что баланс мощности сходится ($\underline{S}_{\text{И}} \approx \underline{S}_{\Pi}$), т. е. токи найдены правильно.

Векторную диаграмму строим на комплексной плоскости, рис.

3.12, б. Выбираем масштабы тока и напряжения: $M_I = 0,04 \frac{\text{А}}{\text{мм}}$; $M_U = 2 \frac{\text{В}}{\text{мм}}$.

(Масштаб выбирается с таким расчётом, чтобы векторная диаграмма занимала примерно половину страницы). Откладываем вектор напря-

жения совпадающий с осью $+1$. Затем откладываем вычисленные значения токов $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}$: действительные значения на оси $+1$, мнимые значения на оси $+j$.

3.8. Варианты контрольных заданий для задачи №3

Третье контрольное задание представлено пятью задачами по 10 вариантов для каждой задачи. Для определения нужного варианта обратитесь к таблице 3.1. Например, вариант 31 представлен задачей 1 - 7 (задача 1 вариант 7).

Таблица 3.1

№ вар.	№ зад.	№ вар.	№ зад.	№ вар.	№ зад.	№ вар.	№ зад.	№ вар.	№ зад.
1	1-1	11	1-3	21	1-5	31	1-7	41	1-9
2	2-1	12	2-3	22	2-5	32	2-7	42	2-9
3	3-1	13	3-3	23	3-5	33	3-7	43	3-9
4	4-1	14	4-3	24	4-5	34	4-7	44	4-9
5	5-1	15	5-3	25	5-5	35	5-7	45	5-9
6	1-2	16	1-4	26	1-6	36	1-8	46	1-10
7	2-2	17	2-4	27	2-6	37	2-8	47	2-10
8	3-2	18	3-4	28	3-6	38	3-8	48	3-10
9	4-2	19	4-4	29	4-6	39	4-8	49	4-10
10	5-2	20	5-4	30	5-6	40	5-8	50	5-10

Задача 1

В цепи (рис. 3.13) активные и реактивные сопротивления ветвей соответственно равны R_1 , X_1 и R_2 , X_2 . Ток, измеренный амперметром, I_1 . Определить: а) показания вольтметра и ваттметра; б) коэффициент мощности на зажимах цепи. Расчет выполнить методом комплексных чисел. Построить векторную диаграмму.

Таблица 3.2

№ зад.	Данные к задаче 1				
	I_1 , А	R_1 , Ом	X_1 , Ом	R_2 , Ом	X_2 , Ом
1-1	3	3	4	2	-5
1-2	4	3	4	3	-6
1-3	5	3	4	2	-5
1-4	3	4	3	3	-6
1-5	4	4	3	4	-2
1-6	5	4	3	5	-3

Продолжение таблицы 3.2

1-7	3	6	8	4	-2
1-8	4	6	8	5	-3
1-9	5	8	6	4	-4
1-10	6	8	6	5	-4

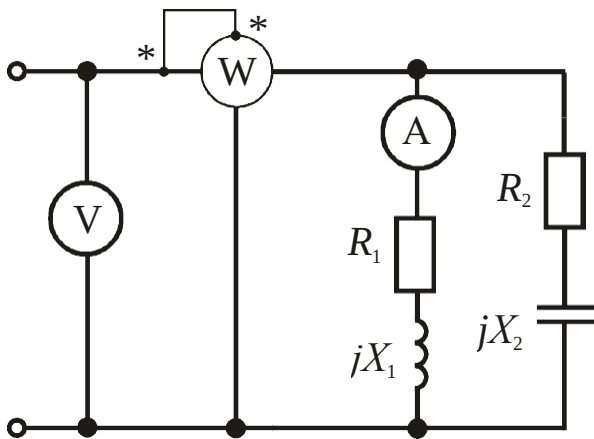


Рис. 3.13

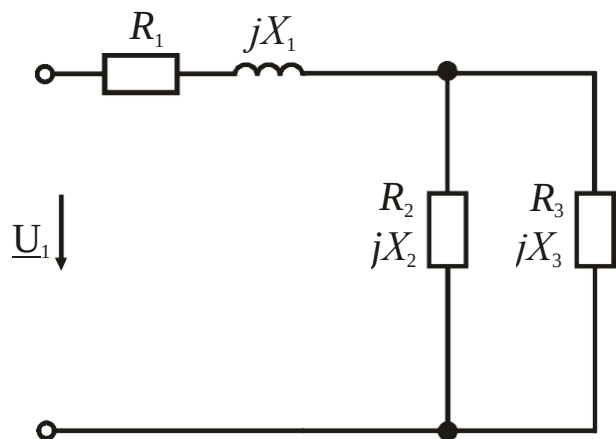


Рис. 3.14

Задача 2

В цепи (рис. 3.14) активные и реактивные сопротивления соответственно равны R_1 , X_1 , R_2 , X_2 и R_3 , X_3 . К зажимам цепи приложено синусоидальное напряжение, действующее значение которого U . Определить: а) действующее значение токов в ветвях и в неразветвленном участке; б) активную, реактивную и полную мощности в параллельных ветвях и на зажимах цепи. Построить векторную диаграмму.

Таблица 3.3

№ зад.	Данные к задаче 2						
	U , Вг	R_1 , Ом	X_1 , Ом	R_2 , Ом	X_2 , Ом	R_3 , Ом	X_3 , Ом
2-1	60	0,5	1	3	4	1,5	-2
2-2	70	0,5	1	4	-3	1,5	2
2-3	80	0,5	1	6	8	2	-1,5
2-4	90	0,5	1	8	-6	2	-1,5
2-5	100	0,5	1	3	4	6	-8
2-6	120	1	0,5	4	-3	8	6
2-7	100	1	0,5	6	8	1,5	-2
2-8	90	1	0,5	8	-6	1,5	2

Продолжение таблицы 3.3

2-9	80	1	0,5	3	1	2	-1,5
2-10	110	1	0,5	4	-2	2	1,5

Задача 3

К сети переменного тока с частотой $f = 50$ Гц и напряжением $U = 220$ В (рис. 3.15) подключены параллельно катушка индуктивности с параметрами R , L и конденсатор с параметром C (потери активной мощности в конденсаторе пренебрегаем).

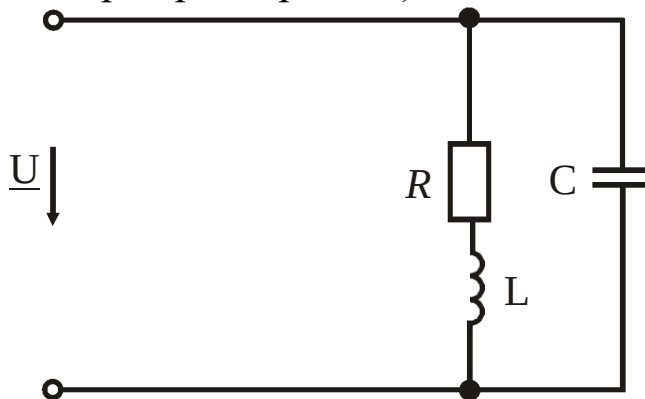


Рис. 3.15

Значения параметров приведены в таблице 3.1. Определить токи в ветвях цепи. Составить баланс мощностей. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжения.

Варианты контрольных заданий для задачи №3

Таблица 3.4

№ зад.	Данные к задаче 3		
	R , Ом	L , Гн	C , мкФ
3-1	10	0,1	80
3-2	20	0,15	60
3-3	15	0,2	70
3-4	12	0,25	65
3-5	18	0,3	78
3-6	10	0,1	92
3-7	8	0,08	110
3-8	30	0,2	120
3-9	12	0,15	150
3-10	6	0,07	200

Задача 4

В цепь синусоидального переменного тока (рис. 3.16) включены две параллельные ветви. Параметры включенных в них элементов известны: R_1 , R_2 , L , C . Напряжение на конденсаторе U_C . Найти токи в ветвях и неразветвленной части цепи. Определить коэффициент мощности всей цепи. Построить векторную диаграмму. Частота переменного тока $f = 50$ Гц.

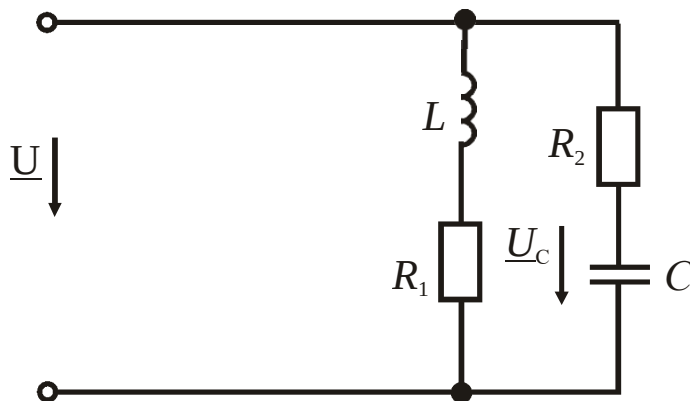


Рис. 3.16

Таблица 3.5

№ зад.	Данные к задаче 4				
	U_C , В	L , Г	C , мкФ	R_1 , Ом	R_2 , Ом
4-1	30	0,096	630	4	5
4-2	20	0,0127	400	6	3
4-3	40	0,019	500	3	4
4-4	50	0,016	680	8	4
4-5	60	0,032	750	5	6
4-6	40	0,019	600	7	5
4-7	30	0,0127	320	6	3
4-8	20	0,0096	400	5	4
4-9	50	0,0127	500	3	6
4-10	60	0,016	320	4	5

Задача 5

К зажимам цепи (рис. 3.17) подведено синусоидальное напряжение, действующее значение которого U ; частота $f = 50$ Гц. Показания приборов: ваттметра P , амперметра: при включенной батарее конденсаторов I , при отключенной - I'' . Определить: а) активное и реактивное сопротивления катушки; б) емкость батареи конденсаторов. Построить

векторную диаграмму токов и напряжения. Написать выражение для мгновенных значений напряжения и тока (при отключенной батарее конденсаторов).

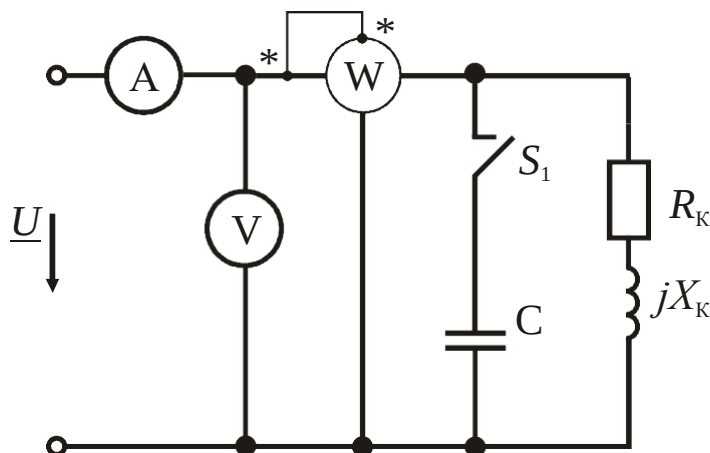


Рис. 3.17

Таблица 3.6

№ зад.	Данные к задаче 5			
	U , В	P , Вт	I , А	I' , А
5-1	100	112	3	4
5-2	120	360	4,5	5
5-3	150	240	1,5	2
5-4	120	80	2	3
5-5	125	600	5	6
5-6	160	1200	9	10
5-7	220	2904	20	22
5-8	260	1000	8	10
5-9	400	4500	20	25
5-10	450	2000	6	8

3.9. Расчет разветвленной электрической цепи с одним источником энергии

Методы расчета, разработанные для цепей постоянного тока, пригодны и для цепей синусоидального тока. Метод линейных преобразований, метод контурных токов, метод законов Кирхгофа (рассмотренные в 2.4, 2.5) применяются и для анализа цепей синусоидального тока, но расчет осуществляется в комплексной форме.

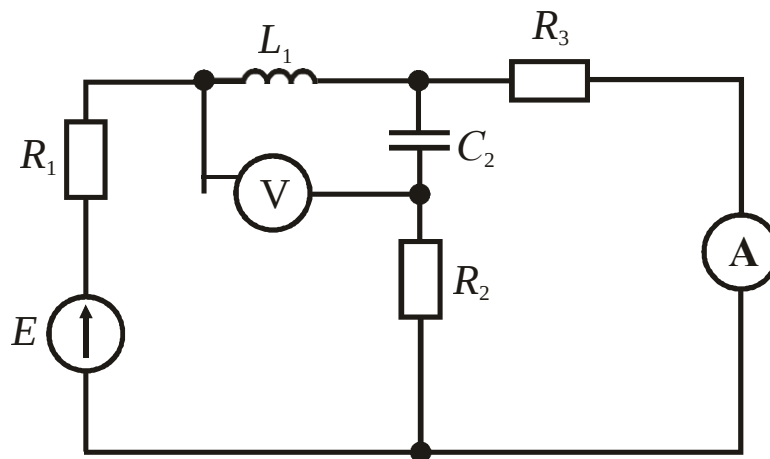


Рис. 3.18

Пример:

Схема электрической цепи приведена на рис. 3.18. Параметры элементов: $E = 50$ В; $f = 50$ Гц; $C_2 = 318$ мкФ; $L_1 = 9,55$ мГ; $R_1 = 4$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 4$ Ом. Определить токи в ветвях, составить баланс мощностей. Определить напряжения на элементах цепи. Построить топографическую диаграмму. Определить показания приборов.

Расчет проводим методом эквивалентных преобразований, который заключается в постепенном преобразовании и замене последовательно и параллельно соединенных элементов эквивалентными. В конечном итоге вся группа элементов цепи представляется одним эквивалентным (раздел 2.4). Такой способ возможен в том случае, когда в цепи имеется только один источник энергии.

Определяем реактивные сопротивления катушки и конденсатора

$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 2\pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega \cdot C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 318 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом.}$$

Определяем полные комплексные сопротивления ветвей

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = 4 + j3 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 10 - j10 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 = 4 \text{ Ом.}$$

Теперь схему замещения представляем в виде, показанном на рисунке 3.19.

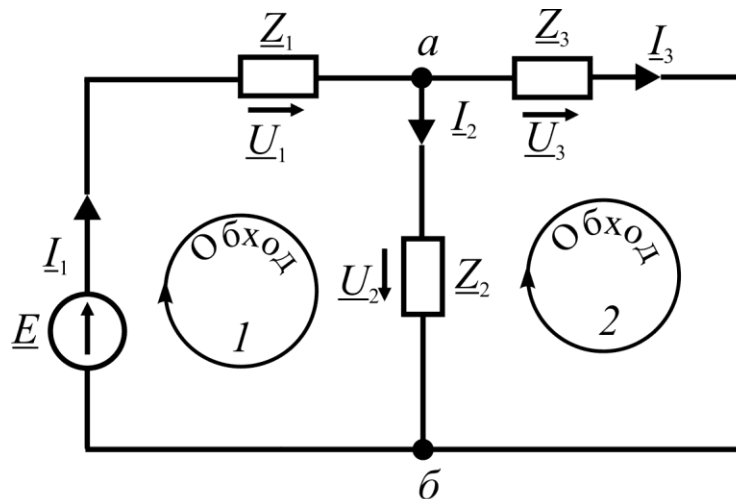


Рис. 3.19 - Расчетная схема замещения

Приборы на расчетной схеме не изображаются, поскольку сопротивление вольтметра принимаем равным бесконечности, а сопротивление амперметра – равным нулю. Произвольно выбираем условно – положительные направления токов в ветвях и напряжений на элементах.

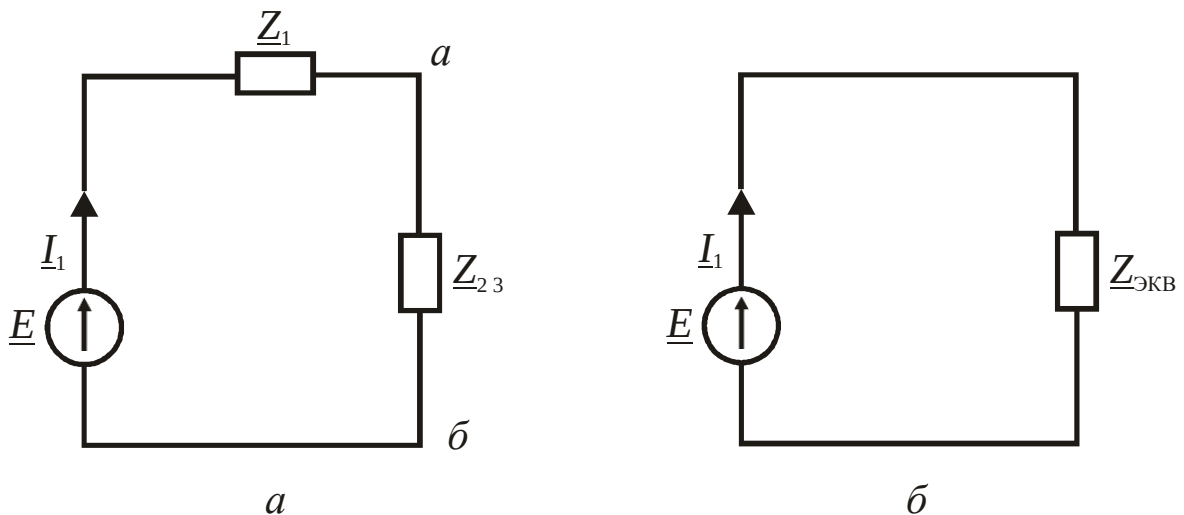


Рис. 3.20 - Схемы замещения
а) промежуточная; б) окончательная

Находим эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи. Для этого преобразуем параллельно соединенные элементы Z_2 и Z_3

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{(10 - j10) \cdot 4}{14 - j10} = \frac{(40 - j40) \cdot (14 + j10)}{14^2 + 10^2} = \frac{960 - j160}{296} = 3,24 - j0,54 \text{ Ом},$$

а затем

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 4 + j3 + 3,24 - j0,54 = 7,24 + j2,46 \text{ Ом}.$$

На рис. 3.20 показаны промежуточная (рис.3.20, а) и окончательная (рис. 3.20, б) схемы замещения.

По закону Ома находим комплексное значение тока в первой ветви

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{ЭКВ}} = \frac{50}{7,24 + j2,46} = \frac{50 \cdot (7,24 - j2,46)}{7,24^2 + 2,46^2} = \frac{362 - j123}{58,47} = 6,19 - j2,1 \text{ А.}$$

В комплексной форме заданная ЭДС равна (начальная фаза равна нулю)

$$\underline{E} = 50 + j0 = 50 \text{ В.}$$

Действующее значение тока $\underline{I}_1$

$$I_1 = \sqrt{6,19^2 + 2,1^2} = \sqrt{42,73} = 6,54 \text{ А.}$$

Пусть

$$\underline{U}_{аб} = \underline{E} - \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 = 50 - (4 + j3) \cdot (6,19 - j2,1) = 18,94 - j10,17 \text{ В.}$$

Тогда

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{аб}}{\underline{Z}_2} = \frac{18,94 - j10,17}{10 - j10} = \frac{(18,94 - j10,17) \cdot (10 + j10)}{10^2 + 10^2} = \frac{291,1 + j87,7}{200} = 1,46 + j0,44 \text{ А.}$$

Действующее значение $\underline{I}_2$

$$I_2 = \sqrt{1,46^2 + 0,44^2} = \sqrt{2,32} = 1,52 \text{ А.}$$

Комплексное значение тока в третьей ветви можно определить двумя путями:

по закону Ома

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{аб}}{\underline{Z}_3};$$

по первому закону Кирхгофа для узла "а"

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2.$$

Воспользуемся более простым выражением

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = (6,19 - j2,1) - (1,46 + j0,44) = 4,73 - j2,54 \text{ А.}$$

Действующее значение тока $\underline{I}_3$

$$I_3 = \sqrt{4,73^2 + 2,54^2} = \sqrt{28,82} = 5,37 \text{ А.}$$

Для проверки правильности расчета токов составляем баланс мощностей.

Комплексная мощность, вырабатываемая источником

$$\underline{S}_H = \underline{E} \cdot \underline{I}_1^* = 50 \cdot (6,19 + j2,1) = 309,5 + j105 = P_H + jQ_H \text{ ВА,}$$

*

где $\underline{I}_1^*$ – сопряженный вектор тока первой ветви.

Активная мощность источника

$$P_H = 309,5 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность источника

$$Q_H = 105 \text{ ВАр.}$$

Комплексная мощность, потребляемая всеми приемниками цепи (нагрузкой)

$$\underline{S}_{\Pi} = \underline{Z}_1 \cdot I_1^2 + \underline{Z}_2 \cdot I_2^2 + \underline{Z}_3 \cdot I_3^2.$$

Мощности, потребляемые элементами ветвей

$$\underline{Z}_1 \cdot I_1^2 = (4 + j3) \cdot 6,54^2 = 170,92 + j128,19 \text{ ВА};$$

$$\underline{Z}_2 \cdot I_2^2 = (10 - j10) \cdot 1,52^2 = 23,2 - j23,2 \text{ ВА};$$

$$\underline{Z}_3 \cdot I_3^2 = 4 \cdot 5,37^2 = 115,28 \text{ ВА}.$$

Тогда

$$\underline{S}_{\Pi} = (170,92 + j128,19) + (23,2 - j23,2) + 115,28 = 309,4 - j104,99 \text{ ВА}.$$

Активная мощность приемников

$$P_{\Pi} = 309,4 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность приемников

$$Q_{\Pi} = 104,99 \text{ ВАр}.$$

Результаты расчетов показывают достаточно хорошую сходимость баланса мощности, т. к. погрешность не превышает допустимого значения в 1% (сравните $\underline{S}_{\Pi}$ и $\underline{S}_{\Pi}$). Следовательно, токи найдены правильно.

Расчетную схему замещения представим в виде, рис. 3.21.

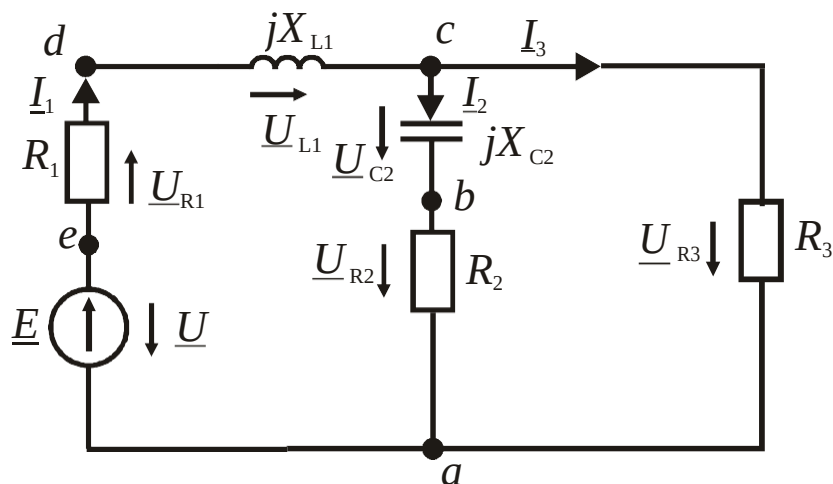


Рис. 3.21

Определяем комплексные значения напряжений на элементах цепи

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \cdot \underline{I}_1 = 4(6,19 - j2,1) = 24,76 - j8,4 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{L1} = jX_{L1} \cdot \underline{I}_1 = j3(6,19 - j2,1) = 6,3 + j18,57 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \cdot \underline{I}_2 = 10(1,46 + j0,44) = 14,6 + j4,4 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{C2} = -jX_{C2} \cdot \underline{I}_2 = -j10(1,46 + j0,44) = 4,4 - j14,6 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{R3} = R_3 \cdot \underline{I}_3 = 4(4,73 - j2,54) = 18,92 - j10,16 \text{ В}.$$

Действующие значения напряжений

$$U_{R1} = \sqrt{24,76^2 + 8,4^2} = \sqrt{683,62} = 26,15 \text{ В}$$

$$U_{L1} = \sqrt{6,3^2 + 18,57^2} = \sqrt{384,53} = 19,61 \text{ В}$$

$$U_{R2} = \sqrt{14,6^2 + 4,4^2} = \sqrt{232,52} = 15,25 \text{ В}$$

$$U_{C2} = \sqrt{4,4^2 + 14,6^2} = \sqrt{232,52} = 15,25 \text{ В}$$

$$U_{R3} = \sqrt{18,92^2 + 10,16^2} = \sqrt{461,19} = 21,48 \text{ В}.$$

Для проверки правильности расчета напряжений составим уравнения по второму закону Кирхгофа для двух независимых контуров. Направления обхода контуров выбираем произвольно, рис. 3.19.

$$\begin{aligned} \underline{E} &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ - \underline{U}_2 + \underline{U}_3 &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1} = (24,76 - j8,4) + (6,3 + j18,57) = 31,06 + j10,17 \text{ В}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{C2} = (14,6 + j4,4) + (4,4 - j14,6) = 19 - j10,2 \text{ В}$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_{R3} = 18,92 - j10,16 \text{ В}.$$

Тогда

$$\underline{E} - \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = 0 = 50 - 31,06 - j10,17 - 19 + j10,2 \approx 0$$

$$- \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0 = -19 + j10,2 + 18,92 - j10,16 \approx 0.$$

Баланс напряжений подтверждает корректность вычислений.

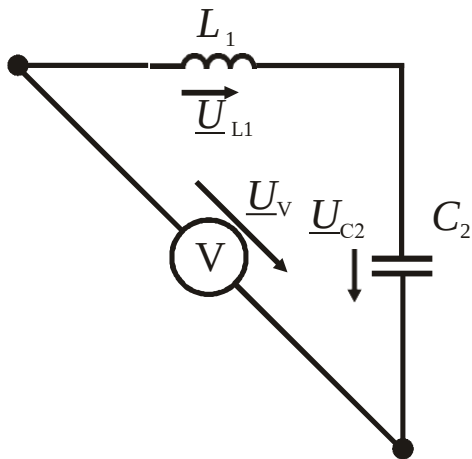


Рис. 3.22

Изобразим участок цепи, на котором нужно измерить напряжение, рис. 3.22. Для определения показания вольтметра составим уравнение по второму закону Кирхгофа. При обходе контура по часовой стрелки получаем

$$\begin{aligned} - \underline{U}_V + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{C2} &= 0 \\ \underline{U}_V = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{C2} &= (6,3 + j18,57) + (4,4 - j14,6) \\ &= 10,7 + j3,97 \text{ В}. \end{aligned}$$

Показание вольтметра равно

$$U_V = \sqrt{10,7^2 + 3,97^2} = \sqrt{130,25} = 11,41 \text{ В}.$$

Показание амперметра равно действующему значению тока в третьей ветви

$$I_A = I_3 = 5,37 \text{ А}.$$

Режим работы сложной цепи синусоидального тока наглядно иллюстрирует топографическая (потенциальная) диаграмма, т. е. распределение комплексных потенциалов точек цепи на комплексной плоскости. Каждой точке электрической схемы соответствует определенная точка на топографической диаграмме. Точке отсчета, потенциал кото-

рой принят равной нулю, на диаграмме соответствует начало координат.

На комплексной плоскости построим векторную диаграмму токов. Выбираем масштаб тока $M_I = 0,25$ А/мм. По результатам расчетов откладываем векторы тока в ветвях $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$, рис. 3.23.

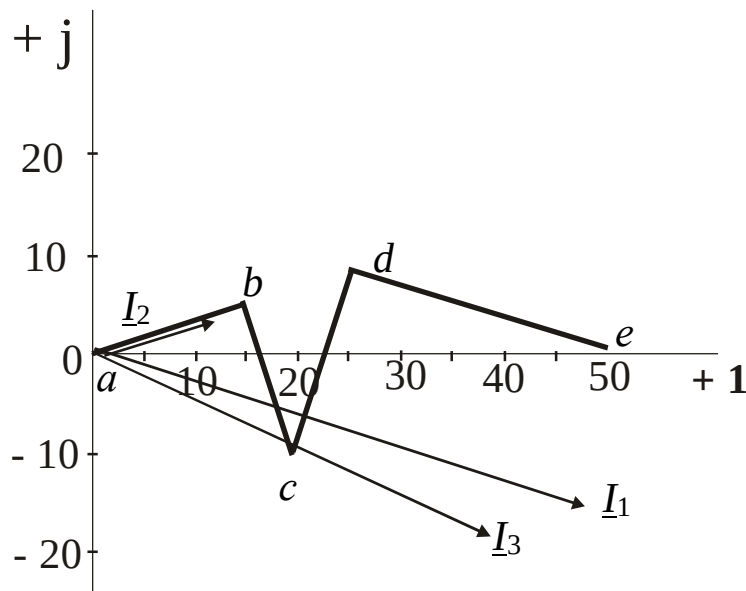


Рис. 3.23 - Топографическая диаграмма

Для построения топографической диаграммы выбираем масштаб напряжения $M_U = 0,5$ В/мм. Принимаем потенциал точки «a» равным нулю, $\varphi_a = 0$, и определим потенциалы остальных точек, рис. 3.21. Потенциал точки «b» больше потенциала точки «a» на величину напряжения на резисторе R_2 .

$$\varphi_b = \varphi_a + \underline{U}_{R2} = 0 + (14,6 + j4,4) = 14,6 + j4,4 \text{ В.}$$

Потенциал точки «b» изобразим вектором $R_2 \cdot \underline{I}_2 = \underline{U}_{R2}$, конец этого вектора обозначим «b», т. к. он определяет комплексный потенциал точки «b». Потенциал точки «c» выше потенциала точки «b» на величину

$$\underline{U}_{C2} = -jX_{C2} \cdot \underline{I}_2.$$

Тогда

$$\varphi_c = \varphi_b + \underline{U}_{C2} = \varphi_b - jX_{C2} \cdot \underline{I}_2 = (14,6 + j4,4) + (4,4 - j14,6) = 19 - j10,2 \text{ В.}$$

Откладываем от конца вектора φ_b вектор $\underline{U}_{C2} = -jX_{C2} \cdot \underline{I}_2$. Конец этого вектора обозначим буквой «c». Аналогично определяем потенциал точки «d»

$$\varphi_d = \varphi_c + \underline{U}_{L1} = \varphi_c + jX_{L1} \cdot \underline{I}_1 = (19 - j10,2) + (6,3 + j18,57) = 25,3 + j8,37 \text{ В.}$$

От конца вектора $\underline{\varphi}_c$ откладываем вектор $jX_{L1} \cdot \underline{I}_1 = \underline{U}_{L1}$. Конец этого вектора обозначаем буквой «d».

Далее определяем потенциал точки «e»

$$\underline{\varphi}_e = \underline{\varphi}_d + R_1 \cdot \underline{I}_1 = (25,3 + j8,37) + (24,76 - j8,4) = 50,06 - j0,03 \text{ В.}$$

Напряжение

$$\underline{U}_{ea} = \underline{\varphi}_e - \underline{\varphi}_a = \underline{\varphi}_e \approx 50 \text{ В.}$$

Необходимо обратить особое внимание на направления векторов напряжений на топографических диаграммах. Векторы напряжений направлены относительно точек топографической диаграммы противоположно положительным направлениям напряжений относительно соответствующих точек электрической схемы. Например, вектор напряжения $\underline{U}_{dc}$ (положительное направление на схеме, рис. 3.21, от точки «d» к «c») направлен на топографической диаграмме, рис. 3.23, от точки «c» к точке «d», а вектор $\underline{U}_{cd}$ (положительное направление на схеме от точки «c» к «d») направлен на диаграмме от точки «d» к «c». Это соответствует известному правилу вычитания векторов, согласно которому вектор $\underline{U}_{cd}$, представляющий разность векторов $\underline{\varphi}_c - \underline{\varphi}_d$, направлен от конца вектора $\underline{\varphi}_d$ к концу вектора $\underline{\varphi}_c$. Поэтому на топографической диаграмме можно не указывать направлений векторов напряжений, а ограничиться только обозначением точек.

По топографической диаграмме можно определить напряжение между любыми точками схемы. Для этого достаточно соединить соответствующие точки диаграммы отрезком прямой и стрелкой указать направление искомого напряжения.

3.10. Варианты контрольных заданий для задачи № 4

Условие задачи № 4

Для электрической схемы, соответствующей номеру варианта, рис. 3.24 – 3.33, выполнить следующие задания (таблица 3.7):

1. Определить токи в ветвях;
2. Составить баланс мощностей;
3. Определить напряжения на элементах цепи;
4. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму.

Таблица 3.7 – Варианты контрольных заданий для задачи №4

№ вар.	№ рис.	E В	f Гц	C_1	C_2	C_3	C_4	L_1	L_2	L_3	R_1	R_2	R_3
				мкФ				мГн			Ом		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3.24	50	50	637	300	-	-	-	-	15,9	2	3	4
2	3.24	100	50	637	300	-	-	-	-	15,9	2	3	4
3	3.24	120	50	637	300	-	-	-	-	15,9	2	3	4
4	3.24	200	50	637	300	-	-	-	-	15,9	2	3	4
5	3.24	220	50	637	300	-	-	-	-	15,9	2	3	4
6	3.25	50	50	-	-	100	-	15,9	1000	115	10	1	100
7	3.25	100	50	-	-	100	-	15,9	1000	115	10	1	100
8	3.25	120	50	-	-	100	-	15,9	1000	115	10	1	100
9	3.25	200	50	-	-	100	-	15,9	1000	115	10	1	100
10	3.25	220	50	-	-	100	-	15,9	1000	115	10	1	100
11	3.26	50	50	637	-	-	-	-	15,9	6,37	5	10	2
12	3.26	100	50	637	-	-	-	-	15,9	6,37	5	10	2
13	3.26	120	50	637	-	-	-	-	15,9	6,37	5	10	2
14	3.26	200	50	637	-	-	-	-	15,9	6,37	5	10	2
15	3.26	220	50	637	-	-	-	-	15,9	6,37	5	10	2
16	3.27	50	50	-	1600	-	-	31,8	-	95	10	2	10
17	3.27	100	50	-	1600	-	-	31,8	-	95	10	2	10
18	3.27	120	50	-	1600	-	-	31,8	-	95	10	2	10
19	3.27	200	50	-	1600	-	-	31,8	-	95	10	2	10
20	3.27	220	50	-	1600	-	-	31,8	-	95	10	2	10
21	3.28	50	50	637	159	-	-	-	-	95	5	10	-
22	3.28	100	50	637	159	-	-	-	-	95	5	10	-
23	3.28	120	50	637	159	-	-	-	-	95	5	10	-
24	3.28	200	50	637	159	-	-	-	-	95	5	10	-
25	3.28	220	50	637	159	-	-	-	-	95	5	10	-
26	3.29	50	50	-	-	637	159	25	9	-	6	4	-
27	3.29	100	50	-	-	637	159	25	9	-	6	4	-
28	3.29	120	50	-	-	637	159	25	9	-	6	4	-
29	3.29	200	50	-	-	637	159	25	9	-	6	4	-
30	3.29	220	50	-	-	637	159	25	9	-	6	4	-
31	3.30	50	50	-	637	-	-	19,1	-	31,8	10	-	10
32	3.30	100	50	-	637	-	-	19,1	-	31,8	10	-	10
33	3.30	120	50	-	637	-	-	19,1	-	31,8	10	-	10
34	3.30	200	50	-	637	-	-	19,1	-	31,8	10	-	10

Продолжение таблицы 3.7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
35	3.30	220	50	-	637	-	-	19,1	-	31,8	10	-	10
36	3.31	50	50	-	318	-	-	15,9	-	15,9	2	10	4
37	3.31	100	50	-	318	-	-	15,9	-	15,9	2	10	4
38	3.31	120	50	-	318	-	-	15,9	-	15,9	2	10	4
39	3.31	200	50	-	318	-	-	15,9	-	15,9	2	10	4
40	3.31	220	50	-	318	-	-	15,9	-	15,9	2	10	4
41	3.32	50	50	637	318	-	-	-	-	15,9	4	10	4
42	3.32	100	50	637	318	-	-	-	-	15,9	4	10	4
43	3.32	120	50	637	318	-	-	-	-	15,9	4	10	4
44	3.32	200	50	637	318	-	-	-	-	15,9	4	10	4
45	3.32	220	50	637	318	-	-	-	-	15,9	4	10	4
46	3.33	50	50	-	159	-	-	15,9	-	31,8	3	20	-
47	3.33	100	50	-	159	-	-	15,9	-	31,8	3	20	-
48	3.33	120	50	-	159	-	-	15,9	-	31,8	3	20	-
49	3.33	200	50	-	159	-	-	15,9	-	31,8	3	20	-
50	3.33	220	50	-	159	-	-	15,9	-	31,8	3	20	-

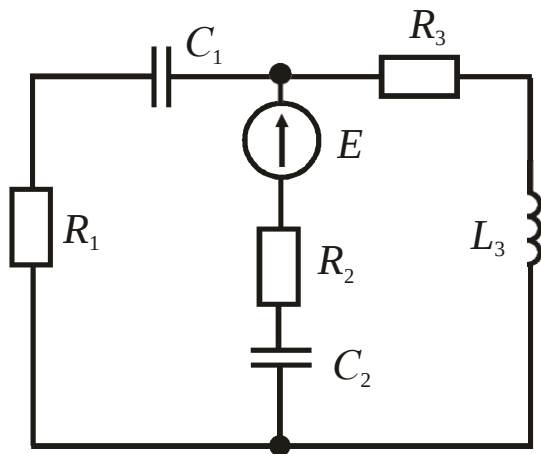


Рис. 3.24

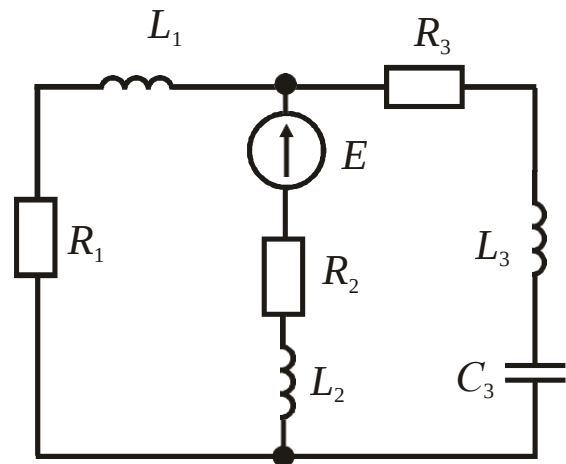


Рис. 3.25

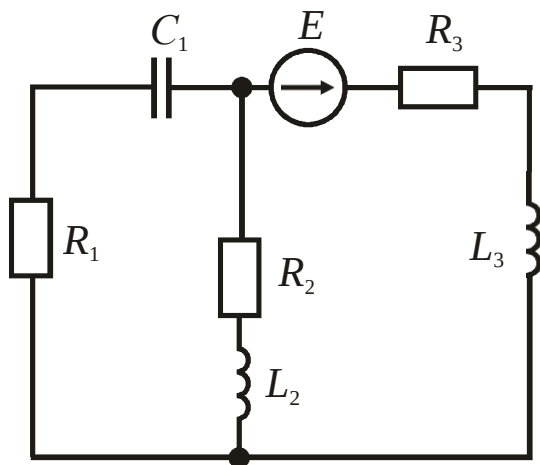


Рис. 3.26

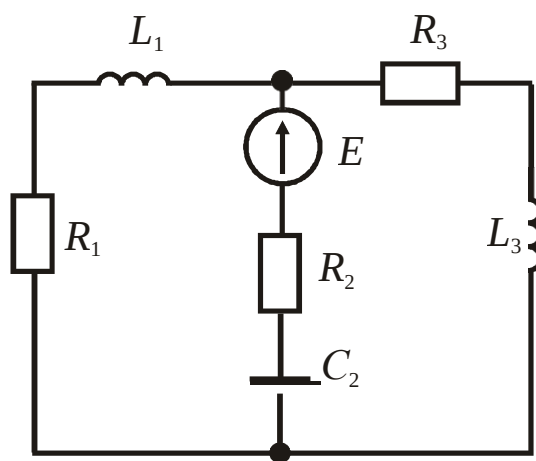


Рис. 3.27

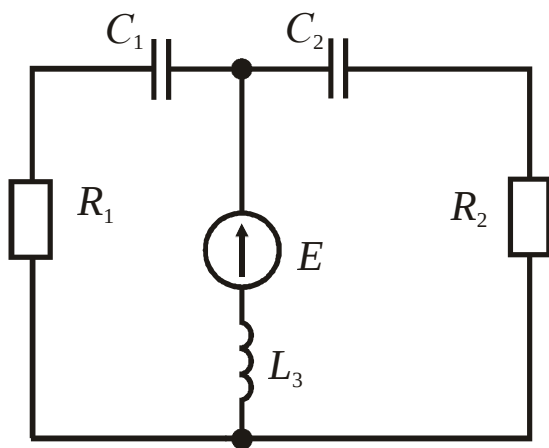


Рис. 3.28

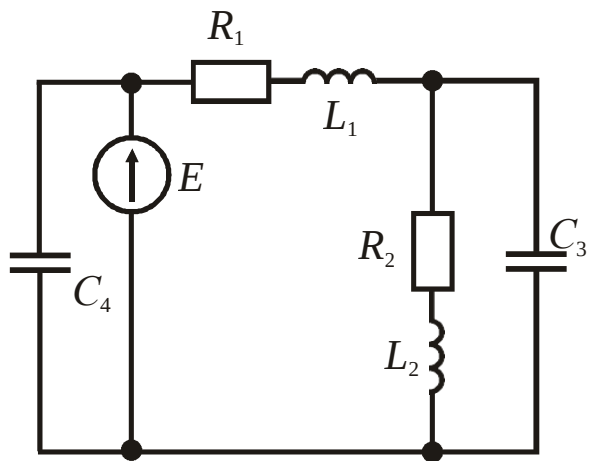


Рис. 3.29

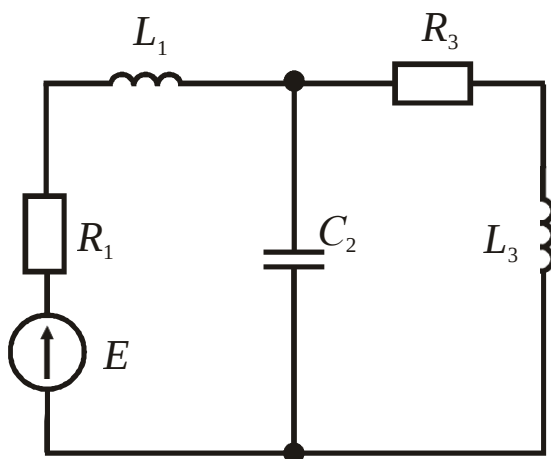


Рис. 3.30

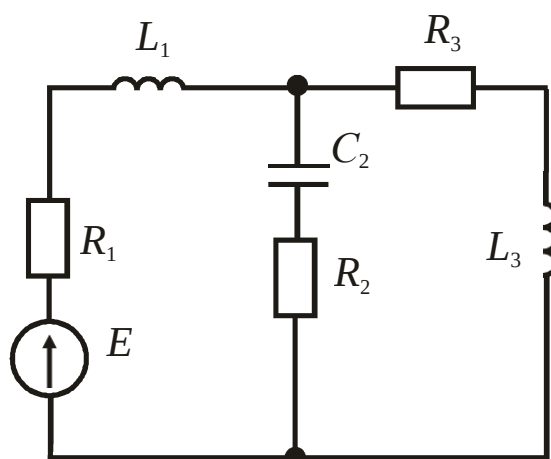


Рис. 3.31

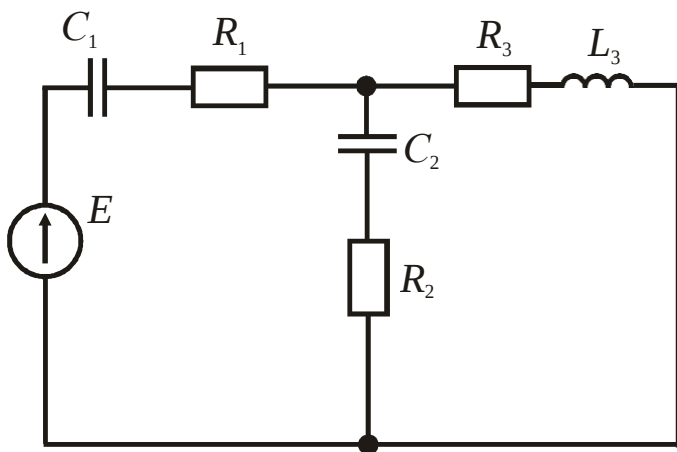


Рис. 3.32

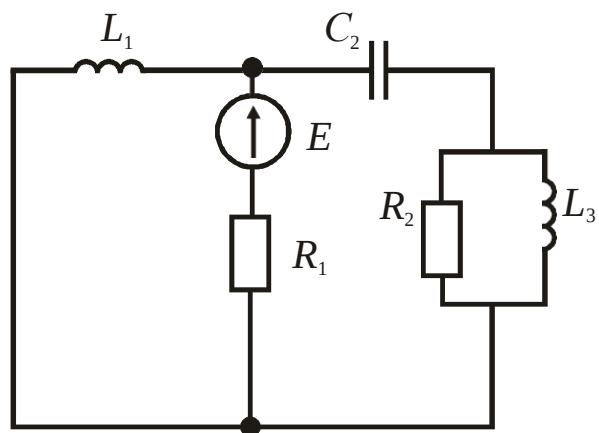


Рис. 3.33

3.11. Расчет разветвленной электрической цепи с несколькими источниками энергии с применением ПЭВМ

Для электрической схемы, изображенной на рис. 3-34 известно: $L_1 = 111$ мГн; $L_2 = 127$ мГн; $L_3 = 71,6$ мГн; $C_1 = 66$ мкФ; $C_2 = 39,8$ мкФ; $C_3 = 63,7$ мкФ; $R_1 = 60$ Ом; $R_2 = 50$ Ом; $R_3 = 40$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $f = 100$ Гц. $e_1 = 141\sin(\omega t - 40^\circ)$ В; $e_2 = 169\sin(\omega t + 90^\circ)$ В; $e_3 = 141\cos(\omega t + 270^\circ) = 141\sin(\omega t + 180^\circ)$ В.

Определить:

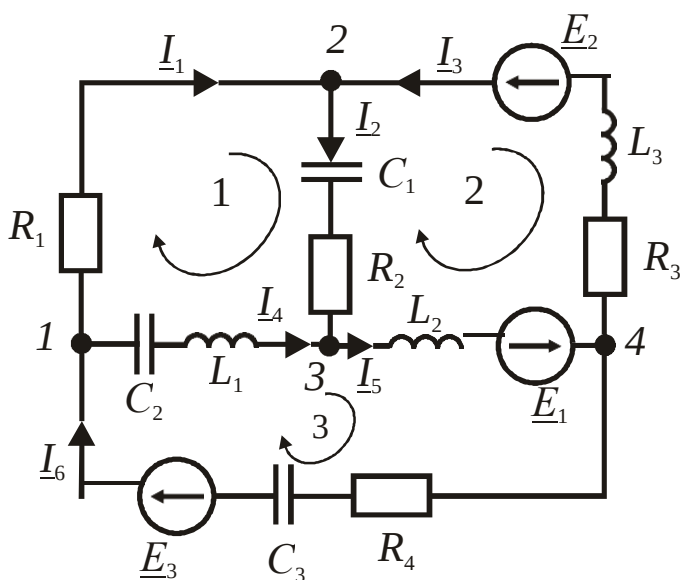


Рис. 3.34

1. Токи в ветвях методом законов Кирхгофа;
2. Составить баланс мощностей;
3. Начертить топографическую диаграмму для контура, содержащего две ЭДС.

Определяем реактивные сопротивления катушек и конденсаторов

$$X_{L_1} = 2\pi fL_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 111 \cdot 10^{-3} = 70 \text{ Ом.}$$

$$X_{L_2} = 2\pi fL_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 127 \cdot 10^{-3} = 80 \text{ Ом.}$$

$$X_{L_3} = \frac{2\pi f L_3}{1} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 71,6 \cdot 10^{-3}}{10^6} = 45 \text{ Ом.}$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 66 \cdot 10^{-6}} = 24 \text{ Ом.}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 39,8 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ Ом.}$$

$$X_{C_3} = \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 63,7 \cdot 10^{-6}} = 25 \text{ Ом.}$$

Представляем ЭДС цепи в комплексной форме

$$E_1 = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{-j40^\circ} = 100 e^{-j40^\circ} = 76,6 - 64,3j \text{ В.}$$

$$E_2 = \frac{169}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 140 e^{j90^\circ} = 140j \text{ В; } \quad E_3 = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j180^\circ} = 100 e^{j180^\circ} = -100 \text{ В.}$$

Произвольно выбираем направления токов в ветвях и направления обхода контуров. Составляем уравнения по законам Кирхгофа в комплексной форме.

По первому закону Кирхгофа

$$-\underline{I}_1 - \underline{I}_4 + \underline{I}_6 = 0 \text{ (узел 1)} \quad \underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \text{ (узел 2)} \quad \underline{I}_2 + \underline{I}_4 - \underline{I}_5 = 0 \text{ (узел 3).}$$

По второму закону Кирхгофа

$$R_1 \underline{I}_1 + (-jX_{C_1}) \underline{I}_2 + R_2 \underline{I}_2 - jX_{L_1} \underline{I}_4 - (-jX_{C_2}) \underline{I}_4 = 0 \quad \text{(контур I).}$$

$$-R_2 \underline{I}_2 - (-jX_{C_1}) \underline{I}_2 - jX_{L_3} \underline{I}_3 - R_3 \underline{I}_3 - jX_{L_2} \underline{I}_5 = -\underline{E}_2 - \underline{E}_1 \quad \text{(контур II).}$$

$$(-jX_{C_2}) \cdot \underline{I}_4 + jX_{L_1} \cdot \underline{I}_4 + jX_{L_2} \cdot \underline{I}_5 + R_4 \underline{I}_6 + (-jX_{C_3}) \cdot \underline{I}_6 = \underline{E}_3 + \underline{E}_1 \quad \text{(контур III).}$$

Выразим систему уравнений в матричной форме

$$-\underline{I}_1 + 0 + 0 - \underline{I}_4 + 0 + \underline{I}_6 = 0.$$

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + 0 + 0 + 0 = 0.$$

$$0 + \underline{I}_2 + 0 + \underline{I}_4 - \underline{I}_5 + 0 = 0.$$

$$R_1 \underline{I}_1 + (R_2 - jX_{C_1}) \cdot \underline{I}_2 + 0 - (jX_{L_1} - jX_{C_2}) \cdot \underline{I}_4 + 0 + 0 = 0.$$

$$0 - (R_2 - jX_{C_1}) \cdot \underline{I}_2 - (R_3 + jX_{L_3}) \cdot \underline{I}_3 + 0 + jX_{L_2} \underline{I}_5 + 0 = -\underline{E}_2 - \underline{E}_1.$$

$$0 + 0 + 0 + jX_{L_1} - jX_{C_2} \cdot \underline{I}_4 + jX_{L_2} \underline{I}_5 + R_4 - jX_{C_3} \cdot \underline{I}_6 = \underline{E}_3 + \underline{E}_1.$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ R_1 & R_2 - jX_{C_1} & 0 & -(jX_{L_1} - jX_{C_2}) & 0 & 0 \\ 0 & -(R_2 - jX_{C_1}) & -(R_3 + jX_{L_3}) & 0 & -jX_{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & jX_{L_1} - jX_{C_2} & jX_{L_2} & R_4 - jX_{C_3} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \\ \underline{I}_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\underline{E}_2 - \underline{E}_1 \\ \underline{E}_3 + \underline{E}_1 \end{vmatrix}$$

Матричное уравнение цепи

$$\begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \end{bmatrix},$$

где $[Z]$ – квадратная матрица сопротивлений; $[I]$ – матрица – столбец комплексных токов; $\begin{bmatrix} E \end{bmatrix}$ – матрица – столбец ЭДС.

Подставляем численные значения параметров схемы в матричное уравнение.

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 60 & 50 - 24j & 0 & -30j & 0 & 0 \\ 0 & -50 + 24j & -40 - 45j & 0 & -80j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30j & 80j & 40 - 25j \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \\ \underline{I}_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -76,6 - 75,7j \\ -23,4 - 64,3j \end{vmatrix}$$

Решаем матричное уравнение в виде $[I] = [Z]^{-1} \cdot [E]$ в системе MathCad.

$$\underline{Z} := \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 60 & 50 - 24j & 0 & -30j & 0 & 0 \\ 0 & -50 + 24j & -40 - 45j & 0 & -80j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30j & 80j & 40 - 25j \end{bmatrix} \quad \underline{E} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -76,6 - 75,71 \\ -23,4 - 64,31 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I} = \underline{Z}^{-1} \cdot \underline{E} \quad \underline{I} := \begin{bmatrix} -0,33 & -0,517j \\ 0,696 & 0,435j \\ 1,026 & 0,952j \\ -0,866 & -0,849j \\ -0,17 & -0,414j \\ -1,196 & -1,366j \end{bmatrix}.$$

$$\underline{I}_1 = -0,33 - 0,517j = 0,613e^{-j122,6^\circ} (A); \underline{I}_2 = 0,696 + 0,435j = 0,82e^{j32^\circ} (A);$$

$$\underline{I}_3 = 1,026 + 0,952j = 1,4e^{j42,8^\circ} (A);$$

$$\underline{I}_4 = -0,866 - 0,849j = 1,21e^{-j135,6^\circ} (A); \quad \underline{I}_5 = -0,17 - 0,414j = 0,447e^{-j112,3^\circ} (A);$$

$$\underline{I}_6 = -1,196 - 1,366j = 1,815e^{-j131,2^\circ} (A).$$

Действующие значения токов

$$I_1 = \sqrt{0,33^2 + 0,517^2} = 0,613 \text{ A};$$

$$I_2 = \sqrt{0,696^2 + 0,435^2} = 0,82 \text{ A};$$

$$I_3 = \sqrt{1,026^2 + 0,952^2} = 1,4 \text{ A};$$

$$I_4 = \sqrt{0,866^2 + 0,849^2} = 1,22 \text{ A};$$

$$I_5 = \sqrt{0,17^2 + 0,414^2} = 0,447 \text{ A};$$

$$I_6 = \sqrt{1,196^2 + 1,366^2} = 1,815 \text{ A}.$$

Составляем баланс мощностей.

Комплексная мощность, развиваемая источниками энергии

$$\begin{aligned} \underline{S}_H &= \underline{E}_2^* \underline{I}_3 + \underline{E}_1^* \underline{I}_5 + \underline{E}_3^* \underline{I}_6 = \\ &= 140j(1,026 - 0,952j) + (76,6 - 64,3j) \cdot (-0,17 + 0,414j) + (-100) \cdot (-1,196 + 1,366j) = \\ &= 266,48 + 49,68j \text{ ВА}. \end{aligned}$$

$$P_H = 266,48 \text{ Вт}; Q_H = 49,68 \text{ ВАр}.$$

Активная мощность потребителей

$$P_{\Pi} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_6^2 R_6 =$$

$$= 0,613^2 \cdot 60 + 0,82^2 \cdot 50 + 1,4^2 \cdot 40 + 1,815^2 \cdot 40 = 266,34 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность потребителей

$$Q_{\Pi} = -jX_{C_1} I_2^2 + jX_{L_3} I_3^2 + jX_{L_2} I_5^2 - jX_{C_3} I_6^2 - jX_{C_2} I_4^2 + jX_{L_1} I_4^2 =$$

$$= -0,82^2 \cdot 24 + 1,4^2 \cdot 45 + 0,447^2 \cdot 80 - 1,815^2 \cdot 25 - 1,21^2 \cdot 40 + 1,21^2 \cdot 70 = 47,93 \text{ ВАр.}$$

Комплексная мощность потребителей

$$\underline{S}_{\Pi} = P_{\Pi} + jQ_{\Pi} = 266,34 + j47,93 \text{ ВА.}$$

Расчет погрешности баланса мощностей

$$S_{\Pi} = \sqrt{266,34^2 + 47,93^2} = 270,62 \text{ ВА}$$

$$S_{II} = \sqrt{266,48^2 + 49,68^2} = 271,07$$

$$\gamma = \frac{S_{II} - S_{\Pi}}{S_{II}} \cdot 100 = \frac{271,07 - 270,62}{271,07} \cdot 100 = 0,16\% \leq 1\%$$

Сравнение полных мощностей источников и приемников показывает, что погрешность расчета гораздо меньше 1%. Следовательно, токи определены верно.

Топографическая диаграмма показывает изменение комплексного потенциала вдоль контура электрической цепи. Выделяем контур, содержащий две ЭДС. Одну точку в контуре заземляем, т. е. условно принимаем ее потенциал равным нулю, например, $\varphi_1 = 0$, рис. 3.35.

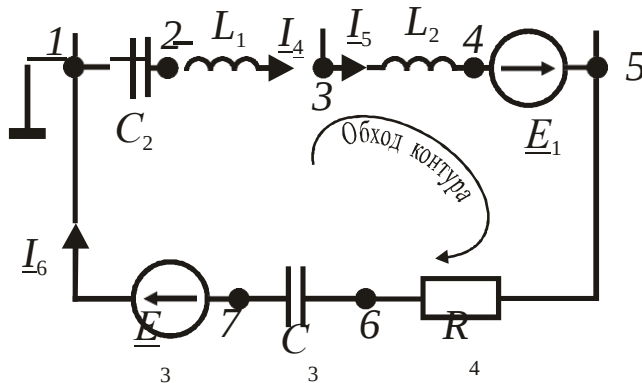


Рис. 3.35

Тогда потенциал точки «2» будет ниже потенциала точки «1» на величину падения напряжения на X_{C_2} .

Тогда потенциал точки «2» будет ниже потенциала точки «1» на величину падения напряжения на X_{C_2} .

$$\varphi_1 = 0;$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_4 \cdot (-jX_{C_2}) = 0 - (-j40) \cdot (-0,866 - 0,849j) = 33,96 - 34,64j \text{ В;}$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - I_4 jX_{L_1} = 33,96 - 34,64j - (-0,866 - 0,849j) \cdot 70j = -25,47 + 25,98j \text{ В;}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - I_5 jX_{L_2} = -24,47 + 25,98j - (-0,17 - 0,414j) \cdot 80j = -57,59 + 35,58j \text{ В;}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 + E_1 = -57,59 + 35,58j + 76,6 - 64,3j = -19,01 - 24,72j \text{ В;}$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 - I_6 R_4 = -19,01 - 24,72j - (-1,196 - 1,366j) \cdot 40 = 66,85 + 30,92j \text{ В;}$$

$$\varphi_7 = \varphi_6 - I_6 (-jX_{C_3}) = 66,85 + 30,92j - (-1,196 - 1,366j) \cdot (-25j) = 101 + 1,02j \text{ В;}$$

$$\varphi_1 = \varphi_7 + E_3 = 101 + 1,02j - 100 = 1 + 1,02j \approx 0.$$

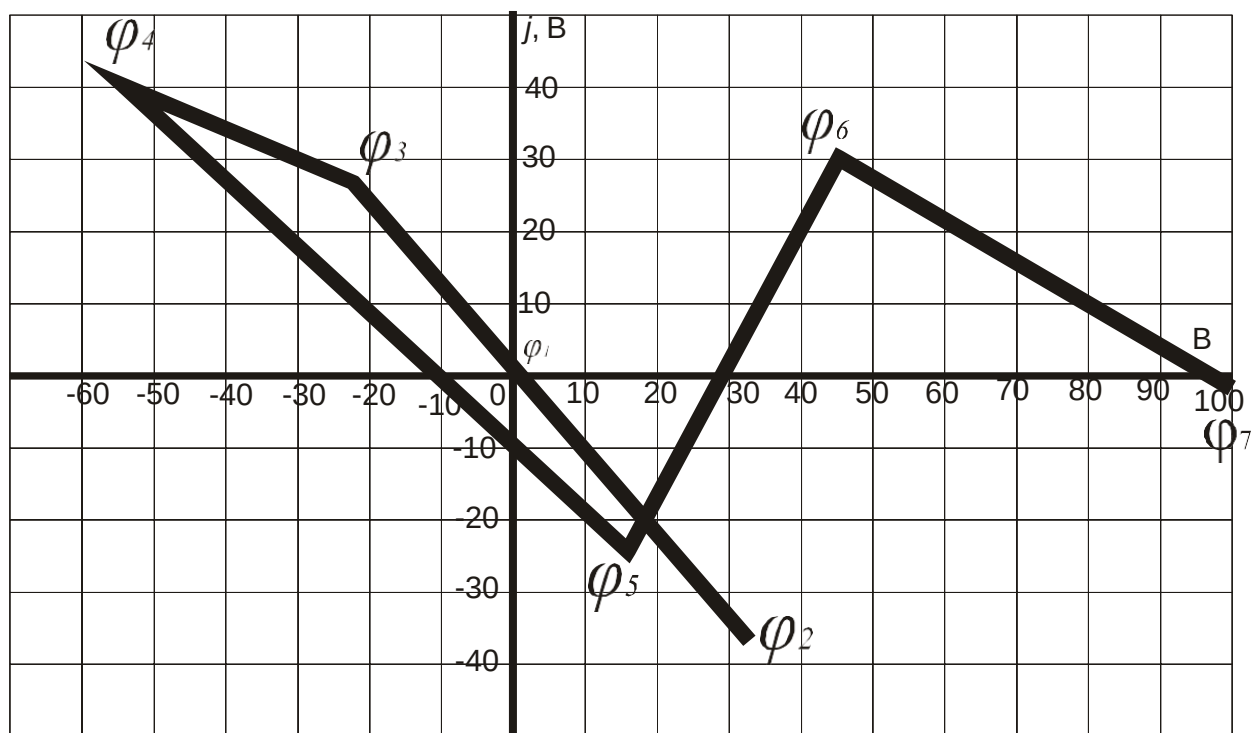


Рис. 3.36 - Топографическая диаграмма

3.12. Варианты контрольных заданий для задачи № 5

Условия задачи 5

Для электрической схемы, соответствующей номеру варианта, рис. 3.36 – 3.43, по заданным параметрам в таблице 3.8 выполнить следующие задания:

1. Определить токи в ветвях методом законов Кирхгофа;
2. Составить баланс мощностей;
3. Построить топографическую диаграмму для контура, содержащего две ЭДС.

Таблица 3.8 - Варианты заданий для контрольной задачи № 5

Номер варианта	Номер рисунка	L_1	L_2	L_3	C_1	C_2	C_3	R_1	R_2	R_3	R_4	f	e_1	e_2	e_3
		МГн			мкФ			Ом				$\Gamma_{\text{ц}}$	В		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	3.37	21,2	63,8	-	80	86	80,3	20	28	29	60	50	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
2	3.38	16,6	21,2	40	60	98	94,6	25	26	38	45	60	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$
3	3.39	21,2	24,8	28	40	120	108	28	65	62	38	65	$80 \cdot \sin \omega t$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$
4	3.40	18,6	40	36	32	94	123	32	45	70	48	70	$120 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ)$	$140 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
5	3.41	16,4	35,5	47,8	86	86	98	43	52	35	52	50	$90 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$121 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ)$
6	3.42	60	16	24,2	70	46	69	52	58	60	64	80	$60 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$141 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)$	$141 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
7	3.43	47,8	21,2	-	45	66	88	61	41	40	47	60	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$169 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$86 \cdot \sin(\omega t + 20^\circ)$
8	3.44	34,7	20,8	36	38	48	92	70	36	45	31	70	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$130 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$180 \cdot \sin(\omega t - 70^\circ)$
9	3.37	60	21,2	-	40	98	94,6	20	41	29	60	60	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
10	3.38	47,8	24,8	31,8	32	86	108	25	28	62	38	70	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
11	3.39	21,2	40	28	86	46	80,3	61	58	70	52	65	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$140 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$
12	3.40	34,7	63,8	24,8	60	66	98	32	52	60	64	50	$60 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$
13	3.41	21,2	40	40	80	94	123	70	45	40	45	50	$80 \cdot \sin \omega t$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$121 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ)$
14	3.42	16,4	20,8	47,8	70	98	108	52	41	35	31	80	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$
15	3.43	18,6	63,8	-	86	120	92	28	28	45	48	60	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
16	3.44	60	35,5	31,8	45	48	98	43	26	40	47	65	$120 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
17	3.37	34,7	21,2	-	40	86	69	52	65	38	60	70	$90 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)$	$140 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$

Продолжение таблицы 3.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18	3.38	16,4	16	47,8	60	120	94,6	20	45	29	47	80	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$141 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)$	$86 \cdot \sin(\omega t + 20^\circ)$
19	3.39	21,2	21,2	24,2	32	66	88	25	52	70	52	80	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$121 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ)$
20	3.40	60	40	28	80	46	80,3	70	58	62	38	50	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$
21	3.41	16,4	24,8	40	45	94	92	61	41	60	45	65	$60 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$
22	3.42	34,7	63,8	36	70	86	123	25	36	38	64	65	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$
23	3.43	21,2	16	-	38	120	80,3	28	58	29	52	50	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
24	3.44	47,8	21,2	24,8	80	48	108	70	28	35	60	80	$80 \cdot \sin \omega t$	$169 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$180 \cdot \sin(\omega t - 70^\circ)$
25	3.37	18,6	35,5	-	40	46	94,6	52	52	62	48	60	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
26	3.38	60	20,8	47,8	60	86	98	32	36	40	31	50	$120 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$
27	3.39	16,4	40	24,2	32	48	88	43	45	60	64	70	$90 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)$	$140 \cdot \sin \omega t - 45^\circ$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$
28	3.40	18,6	35,5	28	86	66	69	20	41	45	38	70	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$86 \cdot \sin(\omega t + 20^\circ)$
29	3.41	34,7	63,8	40	38	86	92	25	26	29	47	80	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$121 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ)$
30	3.42	47,8	21,2	36	70	120	98	52	58	45	48	50	$80 \cdot \sin \omega t$	$141 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
31	3.43	21,2	16	-	45	98	88	61	41	70	47	60	$60 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$
32	3.44	16,4	20,8	24,8	70	94	123	43	45	35	45	65	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$180 \cdot \sin(\omega t - 70^\circ)$
33	3.37	18,6	24,8	-	40	46	80,3	52	52	62	60	50	$120 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ)$	$60 \cdot \sin \omega t$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
34	3.38	21,2	63,8	24,2	80	120	108	28	36	38	31	50	$90 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$
35	3.39	60	35,5	31,8	60	48	92	32	28	60	52	70	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
36	3.40	47,8	20,8	24,8	86	94	69	70	58	35	64	60	$120 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ)$	$169 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$
37	3.41	34,7	21,2	40	32	98	94,6	52	45	45	52	65	$90 \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)$	$140 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$

Продолжение таблицы 3.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	3.42	47,8	63,8	24,2	80	66	69	43	41	40	45	70	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$141 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)$	$86 \cdot \sin(\omega t + 20^\circ)$
39	3.43	21,2	21,2	-	86	86	123	61	52	29	38	80	$80 \cdot \sin \omega t$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$
40	3.44	18,6	16	28	40	120	92	20	28	45	48	50	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$169 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
41	3.37	60	63,8	-	32	98	98	25	36	35	60	60	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$
42	3.38	21,2	40	47,8	60	66	88	28	45	38	45	65	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$140 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
43	3.39	34,7	24,8	24,2	70	94	94,6	32	26	40	38	60	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$180 \cdot \sin(\omega t - 70^\circ)$
44	3.40	47,8	21,2	24,8	86	86	80,3	43	52	60	48	80	$60 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$121 \cdot \sin(\omega t - 30^\circ)$
45	3.41	16,4	20,8	31,8	32	120	69	52	58	70	52	50	$70 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$	$130 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$
46	3.42	21,2	35,5	36	40	46	98	61	28	70	64	70	$80 \cdot \sin \omega t$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$85 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$
47	3.43	34,7	21,2	-	60	98	123	70	41	38	47	60	$120 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$90 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$
48	3.44	18,6	63,8	40	80	86	108	20	36	29	31	50	$60 \cdot \sin(\omega t - 45^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$
49	3.37	47,8	21,2	-	32	66	88	32	52	70	64	60	$100 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$	$120 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$	$80 \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$
50	3.38	21,2	16	31,8	60	94	80,3	52	28	38	31	65	$150 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$	$141 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)$	$86 \cdot \sin(\omega t + 20^\circ)$

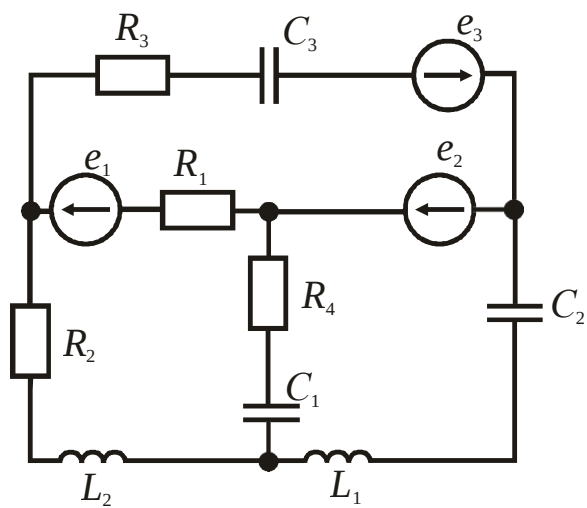


Рис. 3.37

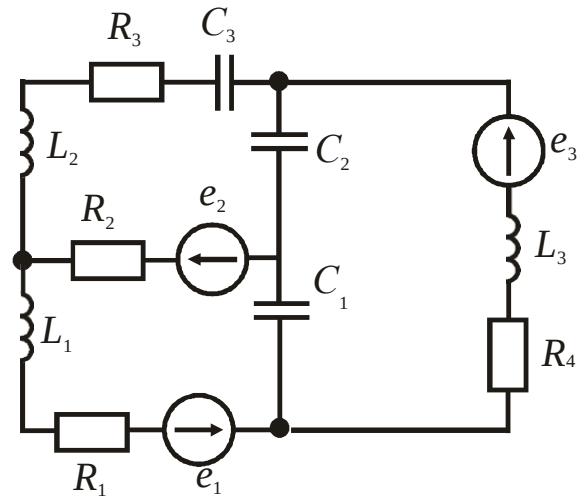


Рис. 3.38

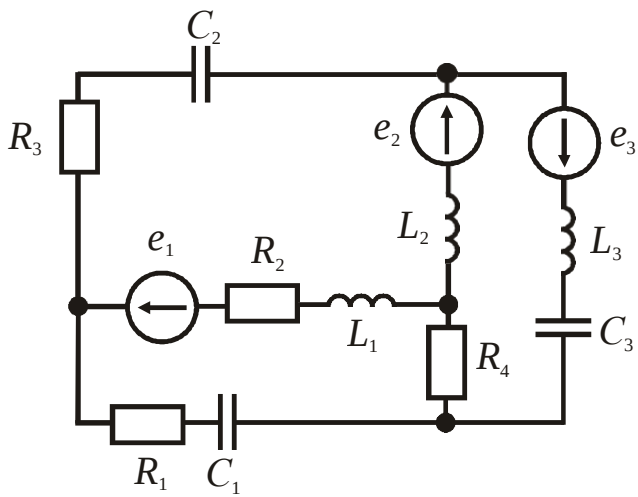


Рис. 3.39

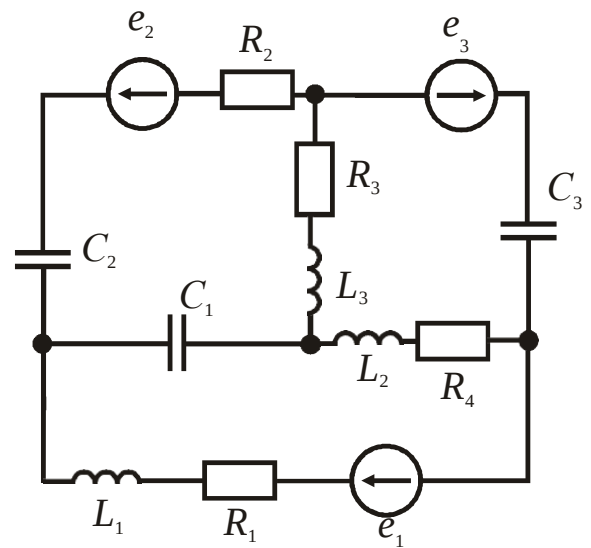


Рис. 3.40

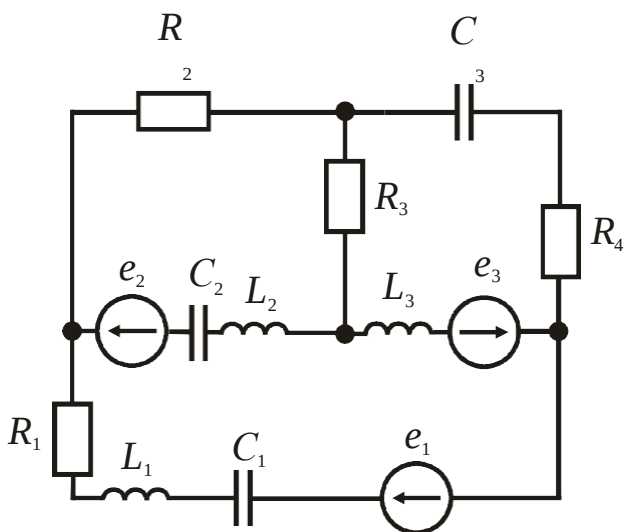


Рис. 3.41

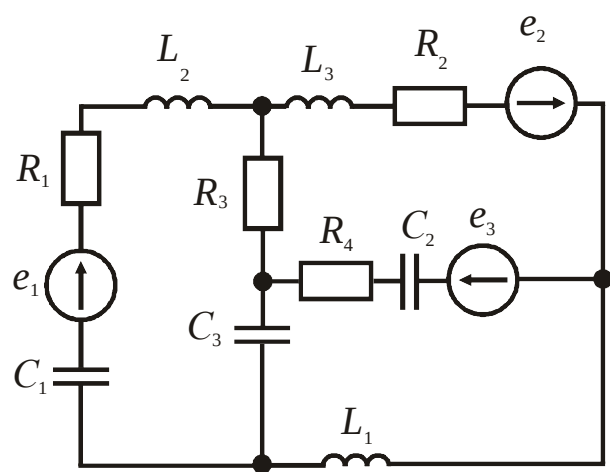


Рис. 3.42

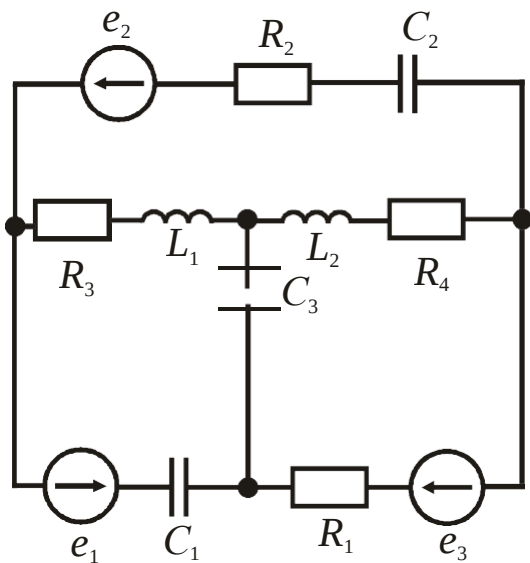


Рис. 3.43

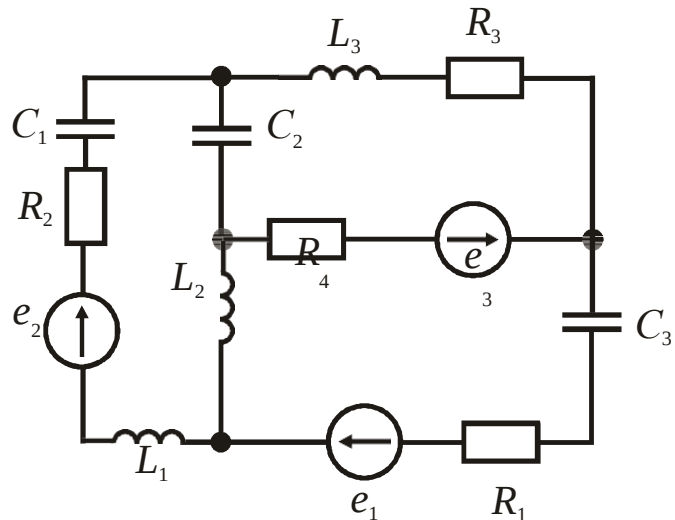


Рис. 3.44

Вопросы для самоконтроля

1. Какими параметрами характеризуются синусоидальные ЭДС, напряжения и токи?
2. Какими уравнениями и графиками могут быть представлены синусоидальные ЭДС, напряжения и токи?
3. Как определить действующее значение синусоидального тока?
4. Как представить синусоидальные электрические величины в векторной форме?
5. Как выполнить сложение и вычитание синусоидальных электрических величин с помощью векторов?
6. Как выражаются уравнениями и изображаются графически комплексные величины синусоидальных ЭДС, напряжений и токов?
7. Как осуществляется переход из временной области на комплексную плоскость синусоидально изменяющихся электрических величин?
8. Какие электрические процессы протекают в цепи с резистором, питаемой синусоидальным напряжением?
9. Какие электромагнитные процессы протекают в цепи с индуктивностью, питаемой синусоидальным напряжением?
10. Какие электрические процессы протекают в цепи с конденсатором, питаемой синусоидальным напряжением?

11. Запишите выражения для индуктивного и емкостного сопротивлений. Как записать выражения для этих сопротивлений в комплексной форме?
12. Какие мощности называют активной и реактивной, при наличии каких элементов в цепи они возникают?
13. Какими графиками изображают мгновенную мощность для различных элементов цепи?
14. Запишите формулы для комплексного сопротивления цепи с последовательным соединением R и L , R и C , R , L и C – элементов.
15. Какие энергетические процессы протекают в последовательной цепи, содержащей R , L и C – элементы?
16. Как определить полное сопротивление последовательной цепи, содержащей R , L и C – элементы?
17. Как определить полную проводимость и сопротивление параллельной цепи, содержащей R , L и C – элементы?
18. Объясните, как найти угол φ сдвига фаз между током и напряжением?
19. Запишите формулу для комплексной проводимости цепи и объясните, что понимают под активной, реактивной и полной проводимостями?
20. Что характеризует коэффициент мощности $\cos\varphi$?
21. Какая существует связь между активной P , реактивной Q и полной S мощностями и в каких единицах они выражаются?
22. В каком контуре и при каких условиях возникает резонанс напряжений?
23. Может ли на участках последовательной цепи с R , L и C – элементами возникнуть напряжение, превышающее напряжение питания цепи?
24. Почему при резонансе напряжений ток в цепи достигает наибольшего значения?
25. Как определяется эквивалентная проводимость цепи из двух параллельных ветвей, содержащих R , L и R , C – элементы?
26. Какой режим электрической цепи называют резонансом токов, при каких условиях он возникает?
27. Какое влияние оказывает коэффициент мощности $\cos\varphi$ на эффективность работы электроустановок?

4. ТРЁХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Основой электроснабжения потребителей электрической энергии является трёхфазная система токов. Эта система по сравнению с однофазной обладает рядом преимуществ:

- а) обеспечивает получение кругового вращающегося магнитного поля, которое необходимо для работы двигателей переменного тока;
- б) в одной электроустановке существуют две системы различных напряжений – фазное и линейное;
- в) осуществляет эффективную передачу электрической энергии на большие расстояния.

4.1. Основные понятия и определения

Трёхфазной системой электрических цепей называют такую систему, в которой действуют три синусоидальные ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутые друг относительно друга по фазе на угол $\frac{2}{3}\pi$ (120°) и создаваемые одним источником энергии. Таким источником энергии является трёхфазный синхронный генератор.

Мгновенные значения ЭДС трёхфазного источника

$$e_A = E_m \cdot \sin \omega t, \quad e_B = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ), \quad e_C = E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ),$$

где начальные фазы соответственно равны

$$\psi_{eA} = 0; \quad \psi_{eB} = -120^\circ; \quad \psi_{eC} = 120^\circ.$$

Такая система называется симметричной. Временная и векторная диаграммы показаны на рис. 4.1 а, б. Векторная диаграмма токов и напряжений строится на комплексной плоскости, оси которой $+1$, $+j$ повернуты на 90° против направления часовой стрелки. Такое направление осей часто принимается при расчете трехфазных цепей (исключительно для удобства).

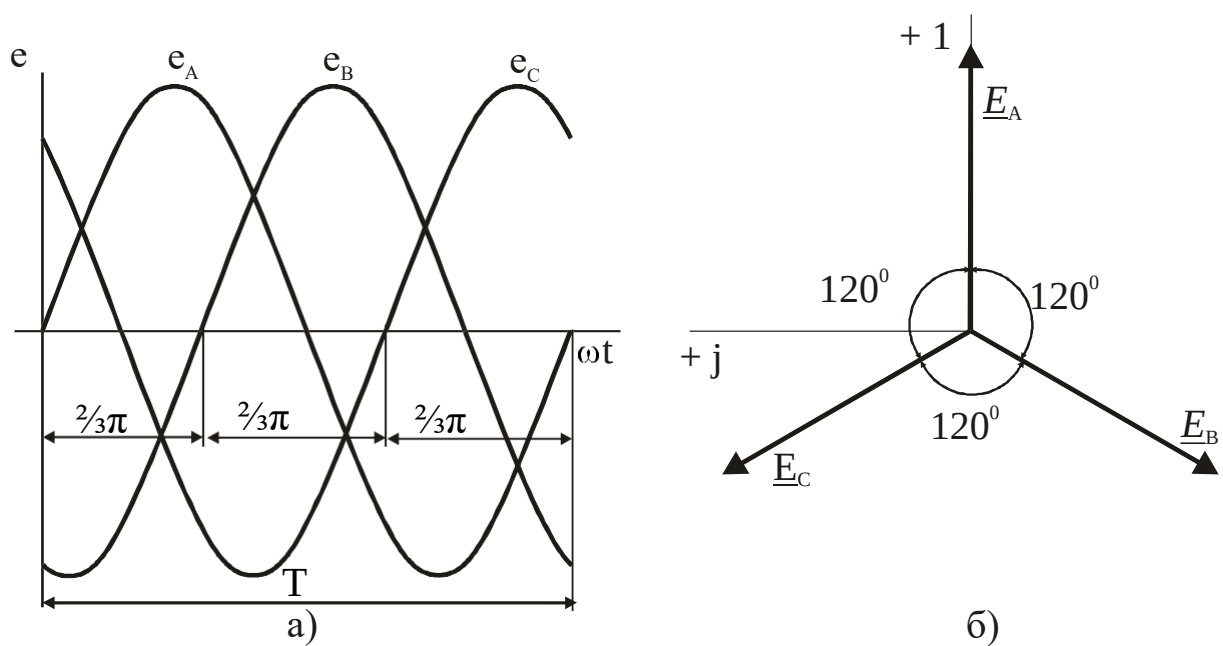


Рис. 4.1- Диаграммы ЭДС трехфазной системы:
а) временная; б) векторная

Часть трёхфазной системы, в которой может протекать один из её токов, называется фазой (фазы А, В, С).

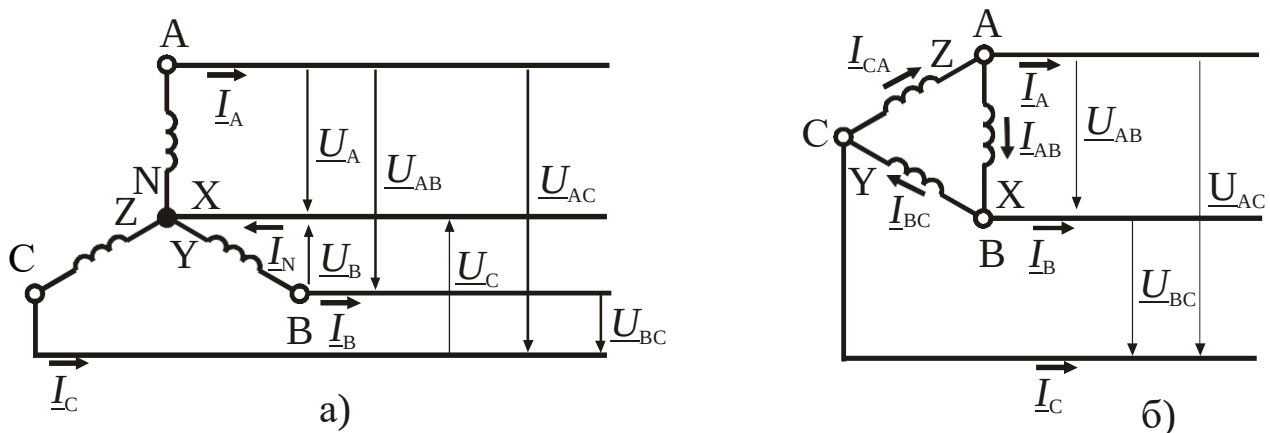


Рис. 4.2 - Схемы соединения обмоток трехфазного источника:
а) звезда; б) треугольник

Обмотки трёхфазного источника питания могут быть соединены в звезду или в треугольник. При соединении обмоток звездой концы обмоток всех фаз (X, Y, Z) объединяют в одну общую точку N, называемую нейтральной рис. 4.2, а. От начал обмоток (А, В, С) и нейтральной точки N выводят провода, по которым энергия подаётся потребителям

(приёмникам). Провода, соединяющие начала обмоток источника и приёмника, называются линейными. Провод, соединяющий нейтральные точки источника и приёмника, называется нейтральным (нулевым).

Напряжения между линейными проводами U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} называют линейными напряжениями. Напряжения между нейтральным проводом и соответствующим линейным проводом U_A , U_B , U_C называют фазными напряжениями. Можно показать, что при соединении обмоток в звезду фазное напряжение меньше линейного в $\sqrt{3}$, а фазные токи равны линейным

$$I_{\phi} = I_L; \quad U_{\phi} = \frac{U_L}{\sqrt{3}}.$$

Временная и векторная диаграммы напряжений имеют тот же вид, что и диаграммы ЭДС.

За условное положительное направление токов в линейных проводах принято направление в сторону потребителей, а в нейтральном – в сторону источника.

При соединении обмоток источника (генератора, трансформатора) треугольником объединяют в одну общую точку начало и конец соответствующих фаз X и B, Y и C, Z и A (рис. 4.2, б). При таком соединении фазные напряжения равны линейным, а фазные токи меньше линейных в $\sqrt{3}$ (I_A , I_B , I_C – линейные токи; I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} – фазные токи)

$$U_{\phi} = U_L; \quad I_{\phi} = \frac{I_L}{\sqrt{3}}.$$

Широкое распространение в энергетике получили трёхфазная четырёхпроводная система и трехфазная трехпроводная система.

4.2. Включение в трёхфазную цепь приёмников электрической энергии

Трёхфазные приемники электрической энергии могут быть включены в трёхфазную сеть звёздой и треугольником, (рис. 4.3, а, б). Однофазные приемники могут быть включены на фазное напряжение, (рис. 4.3, в) или на линейное напряжение.

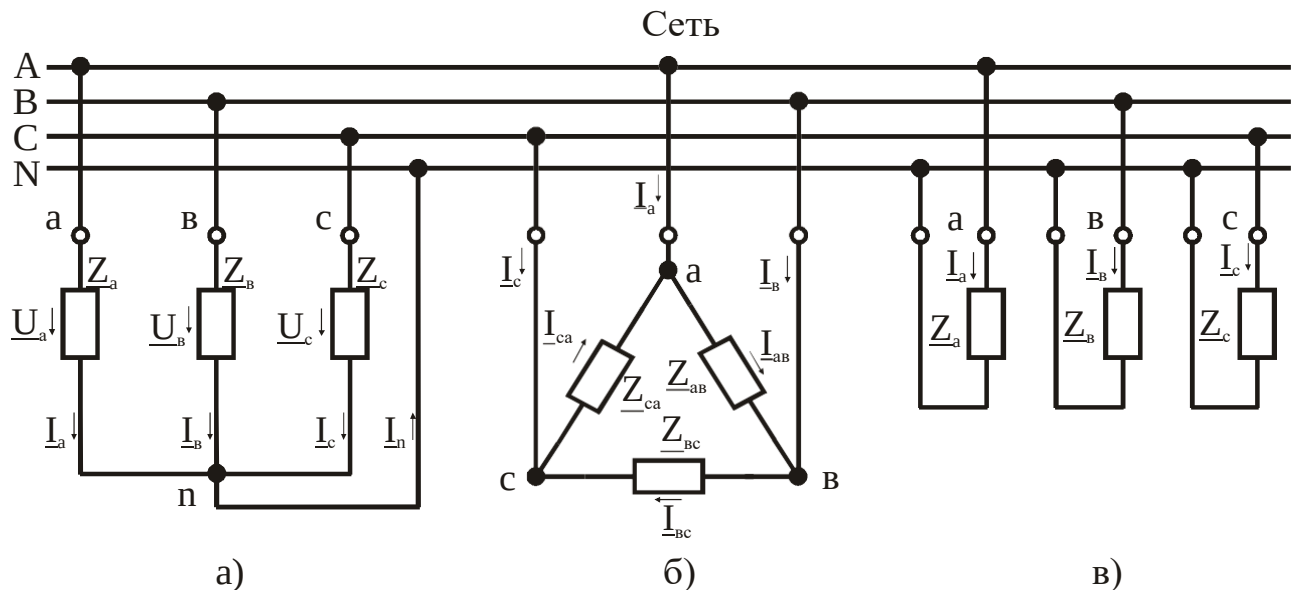


Рис. 4.3 - Схемы включения потребителей в трехфазную сеть:
а) звездой; б) треугольником; в) включение однофазных потребителей

4.2.1. Расчет цепей при соединении приемников звездой

Рассмотрим расчёт токов потребителей $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$, $\underline{I}_c$, $\underline{I}_n$ для схемы (рис. 4.3, а). Заданными являются модуль линейного напряжения сети U (действующее значение) и комплексные сопротивления фазных нагрузок $\underline{Z}_a$, $\underline{Z}_b$, $\underline{Z}_c$.

Определяем фазные напряжения

$$\underline{U}_a = U_\phi; \quad \underline{U}_b = U_\phi \cdot e^{-j120^\circ}; \quad \underline{U}_c = U_\phi \cdot e^{j120^\circ},$$

где $U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}}$ (при соединении звездой).

Определяем токи в фазах согласно закону Ома.

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a}; \quad \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b}; \quad \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c}.$$

Согласно первому закону Кирхгофа ток в нейтральном проводе

$$\underline{I}_n = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c.$$

Построим векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости. Векторы фазных напряжений откладываем с учётом их начальных фаз ($\psi_a = 0$, $\psi_b = -120^\circ$, $\psi_c = 120^\circ$). Получаем звезду фазных напряжений. Соединив вершины этой звезды, получаем треугольник линейных напряжений. Из диаграммы видно, что для симметричной системы напряжений линейные напряжения представляют тремя векторами, сдвинутыми по фазе друг относительно друга на угол 120° . Кроме того, векторы линейных напряжений $\underline{U}_{ab}$, $\underline{U}_{bc}$, $\underline{U}_{ca}$ опережают по фазе

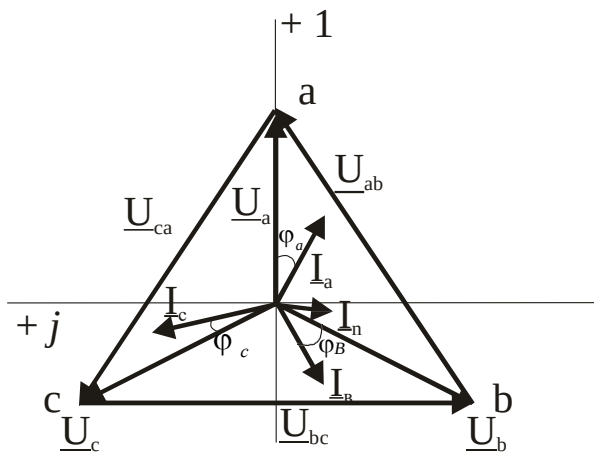


Рис. 4.4 - Векторная диаграмма токов и напряжений при соединении электроприемников звездой

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_b - \underline{U}_c$$

$$\underline{U}_{ca} = \underline{U}_c - \underline{U}_a$$

$$\underline{U}_{ab} = U \cdot e^{j30}$$

$$\underline{U}_{bc} = U \cdot e^{-j90}$$

$$\underline{U}_{ca} = U \cdot e^{-j210}.$$

Здесь $\psi_{ab} = 30^\circ$, $\psi_{bc} = -90^\circ$, $\psi_{ca} = -210^\circ$; U – модуль линейного напряжения.

Затем в масштабе откладываем вычисленные значения токов в фазах и в нейтрали $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$, $\underline{I}_c$, $\underline{I}_n$. Положения векторов фазных токов относительно векторов фазных напряжений определяются углами φ_a , φ_b , φ_c , которые зависят от характера нагрузок потребителей $\underline{Z}_a$, $\underline{Z}_b$, $\underline{Z}_c$. Векторная диаграмма построена для случая, когда нагрузка во всех фазах активно-индуктивная ($\varphi > 0$).

Пример

К трёхфазной четырехпроводной сети с линейным напряжением $U = 380$ В присоединена несимметричная нагрузка, соединенная звездой.

Комплексные сопротивления фаз нагрузки составляют:

$$\underline{Z}_a = 17 + j10 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_b = 5 - j9 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_c = 20 \text{ Ом}.$$

Определить токи в фазах и ток в нулевом проводе. Составить баланс мощностей. Построить векторную диаграмму. Сопротивлением проводов пренебречь.

Расчётная схема замещения цепи показана на рис. 4.5, а.

Определяем действующее значение фазного напряжения

$$U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$

Показательная и алгебраическая формы записи комплексных напряжений

$$\underline{U}_a = 220 \cdot e^0 = 220 \text{ В};$$

$$\underline{U}_b = 220 \cdot e^{-j120} = -110 - j190,53 \text{ В};$$

$$\underline{U}_c = 220 \cdot e^{j120} = -110 + j190,53 \text{ В}.$$

Комплексные значения токов в фазах и нулевом проводе

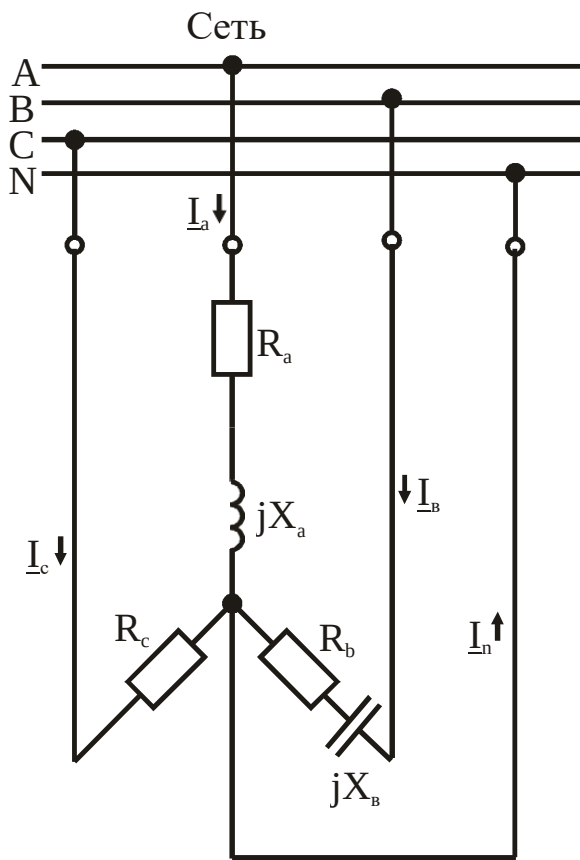
$$\begin{aligned} \underline{I}_a &= \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220}{17 + j10} = 9,61 - j5,66 = 11,15 \cdot e^{-j30,5} \text{ А}, \\ \underline{I}_b &= \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{-110 - j190,53}{5 - j9} = 10,99 - j18,33 = 21,37 \cdot e^{-j39,05} \text{ А}, \\ \underline{I}_c &= \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{-110 + j190,53}{20} = -5,5 + j9,53 = 11 \cdot e^{-j60} \text{ А}, \end{aligned}$$

$$\underline{I}_n = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 9,61 - j5,66 + 10,99 - j18,33 - 5,5 + j9,53 = 15,1 - j14,46 = 20,83 \cdot e^{-j43,8}.$$

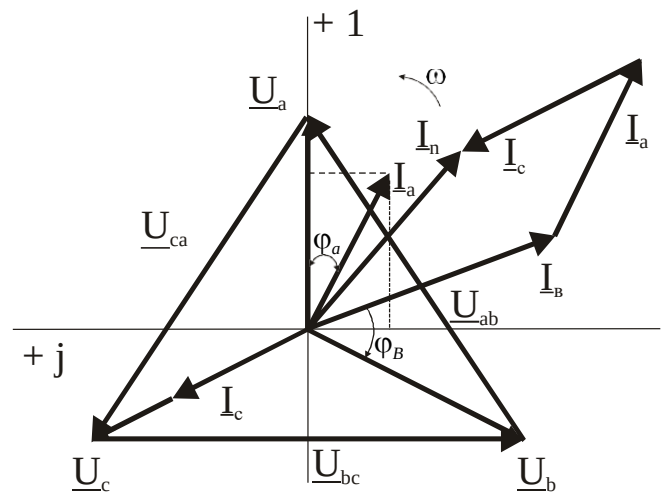
Действующие значения токов

$$I_a = 11,15 \text{ А}; \quad I_b = 21,37 \text{ А}; \quad I_c = 11 \text{ А}; \quad I_n = 20,91 \text{ А}.$$

Составим баланс мощностей для проверки правильности определения токов.



а)



б)

Рис. 4.5

а) схема замещения; б) векторная диаграмма токов и напряжений

Комплексная мощность, отдаваемая источником (сетью)

$$\underline{S}_{\text{И}} = \underline{S}_{\text{ИА}} + \underline{S}_{\text{ИБ}} + \underline{S}_{\text{ИС}},$$

где мощность в фазах

$$\underline{S}_{\text{ИА}} = \underline{U}_a \cdot \underline{I}_a^* = 220 \cdot (9,61 + j 5,66) = 2114,2 + j 1245,2 \text{ ВА},$$

$$P_{\text{ИА}} = 2114,2 \text{ Вт},$$

$$Q_{\text{ИА}} = 1245,2 \text{ Вар};$$

$$\underline{S}_{\text{ИБ}} = \underline{U}_b \cdot \underline{I}_b^* = (-110 - j 190,53) \cdot (10,99 + j 18,33) = 2283,5 - j 4110,2 \text{ ВА},$$

$$P_{\text{ИБ}} = 2283,5 \text{ Вт},$$

$$Q_{\text{ИБ}} = - 4110,2 \text{ Вар};$$

$$\underline{S}_{IC} = \underline{U}_c \cdot \underline{I}_c^* = (-110 + j190,53) \cdot (-5,5 - j9,53) = 2420,8 + j0,38 \text{ ВА},$$

$$P_{IC} = 2420,8 \text{ Вт},$$

$$Q_{IC} = 0;$$

$$\underline{S}_И = 2114,2 + j1245,2 + 2283,5 - j4110,2 + 2420,8 + j0 = 6818,5 - j2865 \text{ ВА}.$$

В фазе “С” нет реактивных элементов, т. е. она не потребляет реактивную мощность ($Q_{IC} = 0,38 \text{ ВАр}$ – это погрешность расчёта).

Мощность, потребляемая приёмниками электрической энергии

$$P_{\Pi} = P_{\Pi a} + P_{\Pi б} + P_{\Pi c}$$

$$Q_{\Pi} = Q_{\Pi a} + Q_{\Pi б} + Q_{\Pi c},$$

где

$$P_{\Pi a} = R_a \cdot I_a^2 = 17 \cdot 11,15^2 = 2113,5 \text{ Вт},$$

$$Q_{\Pi a} = jX_a \cdot I_a^2 = 10 \cdot 11,15^2 = j1243,2 \text{ ВАр},$$

$$P_{\Pi б} = R_б \cdot I_б^2 = 5 \cdot 21,37^2 = 2283,4 \text{ Вт},$$

$$Q_{\Pi б} = -jX_б \cdot I_б^2 = -j9 \cdot 21,37^2 = -j4110,1 \text{ ВАр},$$

$$P_{\Pi c} = R_c \cdot I_c^2 = 20 \cdot 11^2 = 2420 \text{ Вт},$$

$$Q_{\Pi c} = 0 \text{ ВАр},$$

$$\underline{S}_{\Pi} = \sum \underline{S} = P_{\Pi} + jQ_{\Pi} = 6816,9 - j2866,9 \text{ ВА}.$$

Погрешность расчёта близка к нулю. Правильность расчёта токов подтверждается балансом мощностей.

Построение векторной диаграммы начинаем с выбора масштаба для напряжения и тока: $M_U = 2 \text{ В/мм}$, $M_I = 0,2 \text{ А/мм}$. Откладываем векторы фазных напряжений с учётом их начальных фаз, рис. 4.5, б. Соединив вершины полученной звезды фазных напряжений, получаем векторы линейных напряжений $\underline{U}_{ав}$, $\underline{U}_{вс}$, $\underline{U}_{са}$. Векторы фазных токов и тока в нейтральном проводе $\underline{I}_a$, $\underline{I}_в$, $\underline{I}_c$, $\underline{I}_н$ откладываем в масштабе на осях $+1$, $+j$.

4.2.2. Расчет цепей при соединении приемников треугольником

Схема включения приёмников в трёхфазную сеть приведена на рис. 4.3, б. Рассмотрим расчёт токов в фазах приёмника $\underline{I}_{ав}$, $\underline{I}_{вс}$, $\underline{I}_{са}$ и в линейных проводах $\underline{I}_a$, $\underline{I}_в$, $\underline{I}_c$. Заданными являются действующее значение

ние линейного напряжения сети U_L и сопротивления фаз потребителя Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca} .

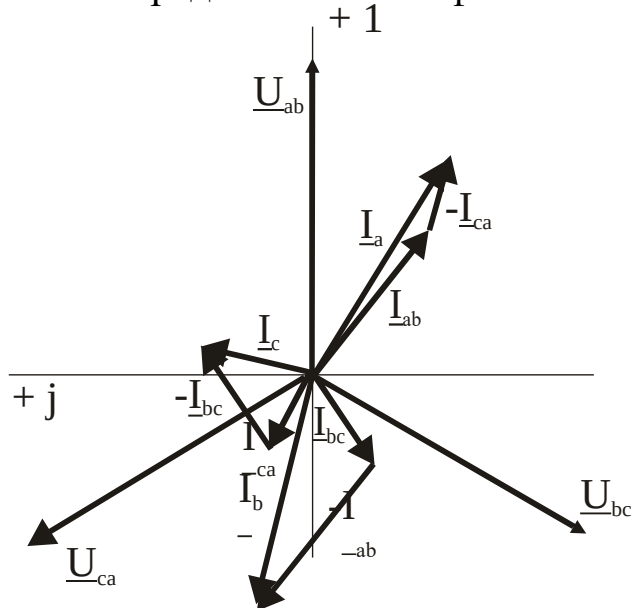
Записываем напряжения в комплексной форме (для треугольника $U_\Phi = U_L$)

$$\underline{U}_{ab} = U_L, \quad \underline{U}_{bc} = U_L \cdot e^{-j120^\circ}, \quad \underline{U}_{ca} = U_L \cdot e^{j120^\circ},$$

где

$$\psi_{ab} = 0^\circ, \quad \psi_{bc} = -120^\circ, \quad \psi_{ca} = 120^\circ.$$

Определяем токи в фазах



$$\underline{I}_{a\phi} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \underline{I}_{b\phi} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \underline{I}_{c\phi} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}.$$

Рассчитываем линейные токи согласно первому закону Кирхгофа (составляем уравнения для узлов а, в, с треугольника)

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}, \quad \underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}, \quad \underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}.$$

Построим векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости (рис. 4.6). Ход построения диаграммы аналогичен рассмотренному в предыдущем разделе. Векторная диа-

Рис. 4.6 - Векторная диаграмма токов и напряжений при соединении электроприемников треугольником

грамма построена для случая, когда в фазах **ab** и **bc** активно – индуктивная нагрузка, а в фазе **ca** – активно - ёмкостная.

На рис. 4.3, в приведена схема включения однофазных потребителей электрической энергии в трёхфазную сеть. Такая схема используется, например, в жилых домах, где под нагрузкой каждой из фаз подразумевается жилая квартира. При расчёте сначала определяются фазные напряжения, затем согласно закону Ома находятся токи в фазах потребителей.

Пример

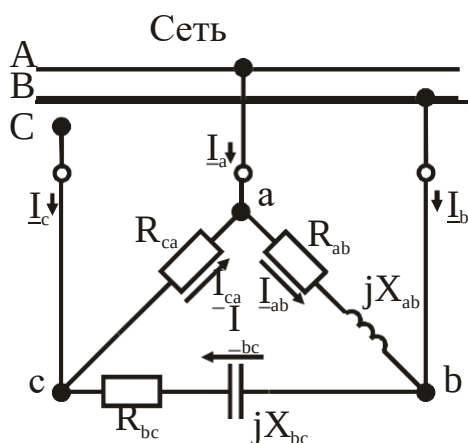
К зажимам трёхфазной трёхпроводной сети с линейным напряжением $U = 220$ В подключена несимметричная нагрузка, соединенная треугольником. Сопротивления фаз потребителя $\underline{Z}_{ab} = 6 + j8$ Ом, $\underline{Z}_{bc} = 12 - j4$ Ом, $\underline{Z}_{ca} = 10$ Ом. Определить токи и напряжения в фазах, в линии, составить баланс мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Расчетная схема цепи показаны на рис. 4.7, а.

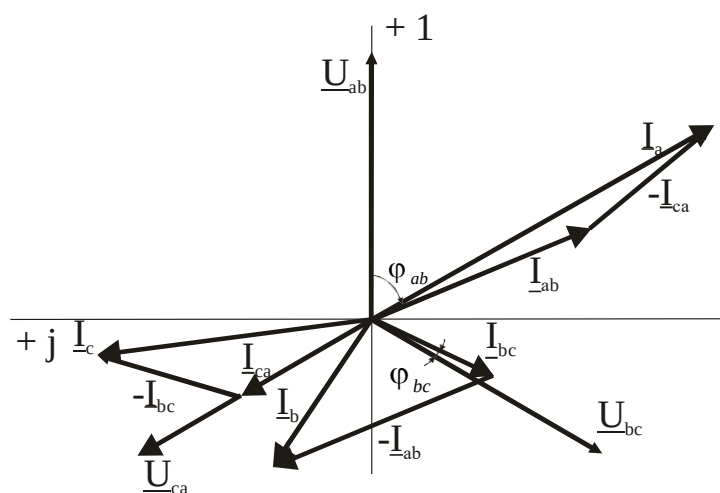
Запишем комплексы фазных напряжений, учитывая, что для треугольника $U_{\Phi} = 220$ В. Принимаем вектор фазного напряжения $\underline{U}_{ab}$ совпадающим с осью $+1$, тогда $\psi_{ab} = 0^\circ$, $\psi_{bc} = -120^\circ$, $\psi_{ca} = 120^\circ$.

$$\underline{U}_{ab} = U \cdot e^{j0} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_{bc} = U \cdot e^{-j120} = -110 - j190,53 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{ca} = U \cdot e^{j120} = 220 \cdot e^{j120} = -110 + j190,53 \text{ В}.$$



а)



б)

Рис. 4.7

а) схема замещения; б) векторная диаграмма токов и напряжений

Находим комплексы фазных токов

$$\underline{I}_{-a\phi} = \frac{\underline{U}_{a\phi}}{\underline{Z}_{a\phi}} = \frac{220}{6 + j8} = 13,2 - j17,6 \text{ A},$$

$$\underline{I}_{-bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{(-110 - j190,53)}{12 - j4} = -3,49 - j17,04 \text{ A},$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{-110 + j190,53}{10} = -11 + j19,05 \text{ A}.$$

Действующие значения токов в фазах

$$I_{a\phi} = \sqrt{13,2^2 + 17,6^2} = 22 \text{ A},$$

$$I_{bc} = \sqrt{3,49^2 + 17,04^2} = 17,39 \text{ A},$$

$$I_{ca} = \sqrt{11^2 + 19,05^2} = 22 \text{ A}.$$

При определении токов в линейных проводах $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$, $\underline{I}_c$ для вершин треугольника а, в, с составляем уравнения по первому закону Кирхгофа

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{a\phi} - \underline{I}_{ca} = (13,2 - j17,6) - (-11 + j19,05) = 24,2 - j36,65 \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (-3,49 - j17,04) - (13,2 - j17,6) = -16,69 + j0,56 \text{ A};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = (-11 + j19,05) - (-3,49 - j17,04) = -7,51 + j36,09 \text{ A}.$$

Действующие значения токов в линии

$$I_a = \sqrt{24,2^2 + 36,65^2} = 43,92 \text{ A},$$

$$I_b = \sqrt{16,69^2 + 0,56^2} = 16,7 \text{ A},$$

$$I_c = \sqrt{7,51^2 + 36,09^2} = 36,86 \text{ A}.$$

Векторная диаграмма токов и напряжений показана на рис. 4.7, б.

Составляем баланс мощностей.

Комплексная мощность, отдаваемая сетью

$$\underline{S}_{IAB} = \underline{U}_{a\phi} \cdot \underline{I}_{a\phi}^* = 220 \cdot (13,2 + j17,6) = 2904 + j3872 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_{IBC} = \underline{U}_{bc} \cdot \underline{I}_{bc}^* = (-110 - j190,53) \cdot (-3,49 + j17,04) = 3630,5 - j1209 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_{ICA} = \underline{U}_{ca} \cdot \underline{I}_{ca}^* = (-110 + j190,53) \cdot (-11 - j19,05) = 4839,6 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_H = \underline{S}_{IAB} + \underline{S}_{IBC} + \underline{S}_{ICA} = 11374,1 + j2663 \text{ ВА}.$$

Мощность, потребляемая нагрузкой:

активная

$$P_{Па\delta} = R_{a\delta} \cdot I_{a\delta}^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ Вт},$$

$$P_{П\delta c} = R_{\delta c} \cdot I_{\delta c}^2 = 12 \cdot 17,39^2 = 3628,9 \text{ Вт},$$

$$P_{Пca} = R_{ca} \cdot I_{ca}^2 = 10 \cdot 22^2 = 4840 \text{ Вт},$$

$$P_{II} = P_{a\delta} + P_{\delta c} + P_{ca} = 2904 + 3628,9 + 4840 = 11372,9 \text{ Вт}.$$

реактивная

$$Q_{Па\delta} = jX_{a\delta} \cdot I_{a\delta}^2 = j8 \cdot 22^2 = j3872 \text{ ВАр},$$

$$Q_{П\delta c} = -jX_{\delta c} \cdot I_{\delta c}^2 = -j4 \cdot 17,39^2 = -j1209,6 \text{ ВАр},$$

$$Q_{Пca} = 0,$$

$$Q_{II} = Q_{a\delta} + Q_{\delta c} = j3872 - j1209,6 = j2662,4 \text{ ВАр}.$$

комплексная

$$\underline{S}_{Па\delta} = P_{a\delta} + jQ_{a\delta} = 2904 + j3872 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_{П\delta c} = P_{\delta c} + jQ_{\delta c} = 3628,9 - j1209,6 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_{Пca} = P_{ca} + jQ_{ca} = 4840 \text{ ВА},$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{II} &= \underline{S}_{Па\delta} + \underline{S}_{П\delta c} + \underline{S}_{Пca} = 2904 + j3872 + 3628,9 - j1209,6 + 4840 = \\ &= 11372,9 + j2662,4 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Сравнивая мощности приемников и сети, можно сказать о высокой точности расчёта токов.

4.3. Мощность трёхфазной цепи

Активная мощность каждой фазы:

При соединении звездой

$$P_A = U_A I_A \cos \varphi_A, \quad P_B = U_B I_B \cos \varphi_B, \quad P_C = U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Треугольником

$$P_{AB} = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB}; \quad P_{BC} = U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC}; \quad P_{CA} = U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA}.$$

Активная мощность трёх фаз:

при соединении звездой

$$P = P_A + P_B + P_C$$

треугольником

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$$

при симметричной нагрузке

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}.$$

На практике пользуются линейными значениями напряжения и тока. Тогда активная мощность для симметричной нагрузки

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi_L.$$

Часто индекс “ L ” опускается

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi.$$

Для реактивной и полной мощностей

$$Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi,$$

$$S = \sqrt{3} UI.$$

4.4. Варианты контрольных заданий для задачи №6

Задача 1 (Для определения своего варианта необходимо обратиться к таблице 3.1).

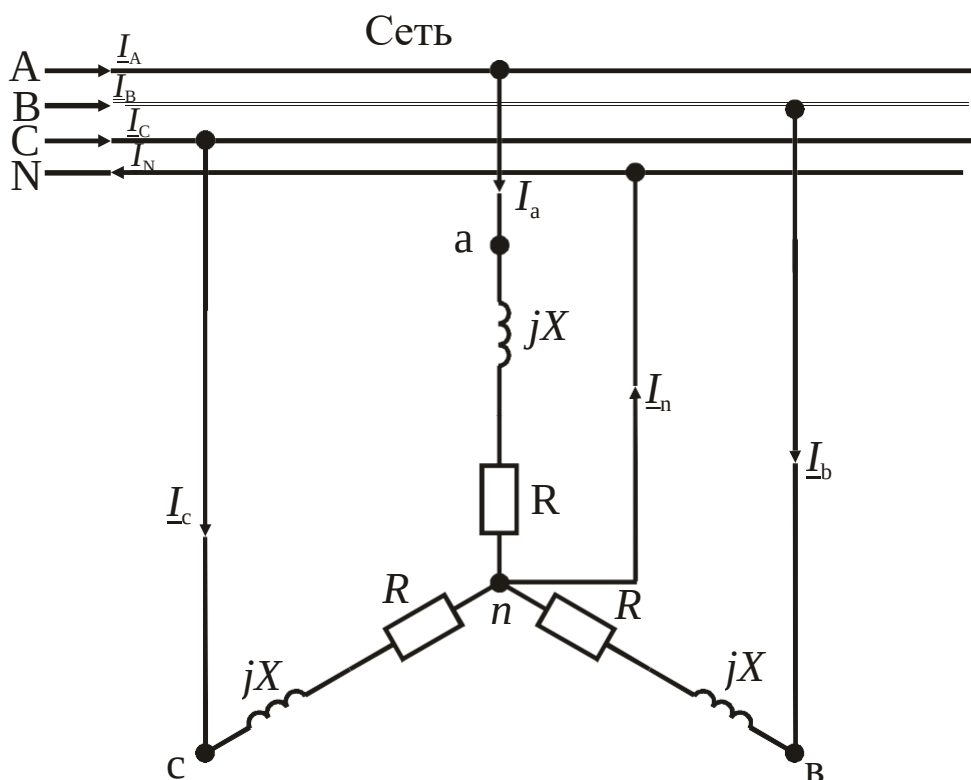


Рис. 4.8 - К задаче №4.1

В трёхфазную четырёхпроводную сеть с линейным напряжением $U = 380$ В включены по схеме звезда осветительные лампы ДРЛ с параметрами R , X в каждой фазе. Параметры R , X , приведены в таблице 4.1.

Электрическая схема замещения показана на рис. 4.8. Определить фазные токи потребителей. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжений.

Таблица 4.1 - Варианты контрольных заданий

№ вар.	R , Ом	X , Ом
1	36,6	55,6
2	21,8	29
3	52,7	53,8
4	34,9	44,5
5	18,6	34
6	10,1	17,5
7	18,3	27,8
8	34,1	39,8
9	27,9	28,5
10	28,4	33,2

Задача №2

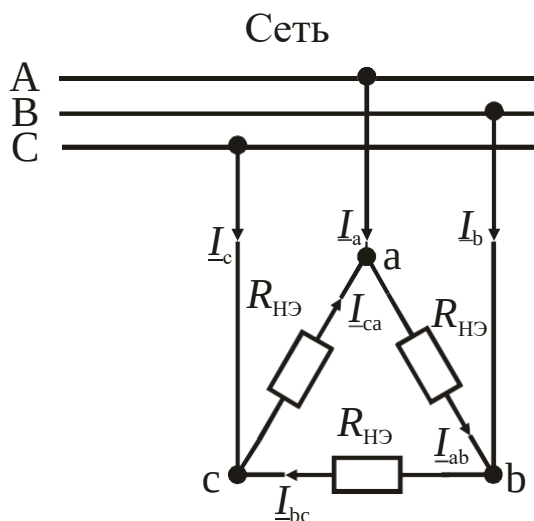


Рис. 4.9 - К задаче №4.2

В трёхфазную сеть с линейным напряжением U_L включены нагревательные элементы по схеме треугольника мощностью P в каждой фазе. Электрическая схема замещения показана на рис. 4.9. Определить фазные и линейные токи потребителей. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжений. Мощность нагревательных элементов P и напряжение U_L приведены в таблице 4.2.

Примечание: Сопротивление нагревательного элемента

$$R_{HЭ} = \frac{P}{I^2} = \frac{U^2}{P}.$$

Таблица 4.2 - Варианты контрольных заданий

№ вар.	U_L , В	P , кВт
1	127	0,4
2	220	0,8
3	380	0,9
4	127	1,2
5	220	1,4
6	380	4
7	127	0,4
8	220	0,2
9	380	0,6
10	127	0,5

Задача № 3

К трехфазной четырехпроводной линии с линейным напряжением U_L подключен несимметричный приемник, соединенный по схеме звезда с нейтральным проводом (рис. 4.10). Активные и реактивные сопротивления фаз приемника соответственно равны $R_a, X_a; R_b, X_b; R_c, X_c$. Определить токи в фазах, нейтральном проводе, активную и реактивную мощности приемника. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Исходные данные приведены в таблице 4.3.

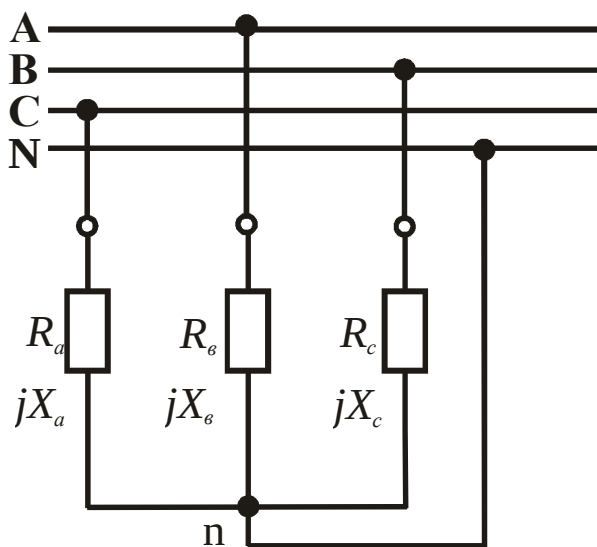


Рис. 4.10 - К задаче №4.3

Таблица 4.3 – Варианты контрольных заданий

Вариант	$U_{л}, В$	R_a	X_a	$R_е$	$X_е$	R_c	X_c
		Ом					
1	220	10	0	3	4	9	-12
2	380	10	0	4	-3	12	9
3	220	11	0	6	8	18	-24
4	380	19	0	8	-6	24	18
5	220	20	0	12	16	18	-24
6	380	20	0	16	-12	12	9
7	220	22	0	1,5	2	9	-12
8	380	38	0	2	-1,5	6	8
9	220	20	0	18	24	4	-3
10	380	19	0	24	-18	3	4

Задача № 4

К трехфазной линии с линейным напряжением 380 В подключены два симметричных приемника (рис. 4.11). Один из них соединен по схеме звезда и потребляет активную мощность P_1 при коэффициенте мощ-

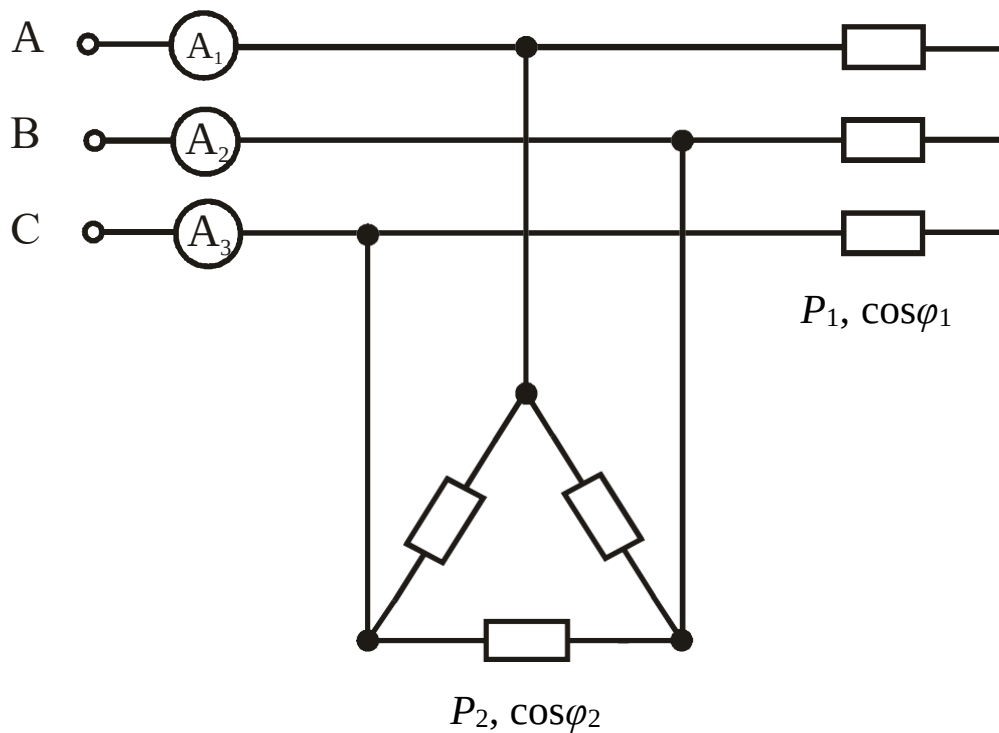


Рис. 4.11 - К задаче 4.4

ности $\cos\varphi_1(\varphi_1>0)$, другой соединен по схеме треугольника и потребляет активную мощность P_2 при коэффициенте мощности $\cos\varphi_2(\varphi_2>0)$. Определить показания амперметров. Исходные данные приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 - Варианты контрольных заданий

Вариант	P_1 , кВт	$\cos\varphi_1$	P_2 , кВт	$\cos\varphi_2$
1	3	0,7	10	0,5
2	4	0,7	8	0,6
3	5	0,5	6	0,5
4	6	0,8	5	0,5
5	8	0,7	6	0,6
6	10	0,6	4	0,5
7	12	0,6	3	0,5
8	14	0,7	6	0,6
9	16	0,8	5	0,6
10	18	0,9	4	0,5

Задача №5

К трехфазной линии с линейным напряжением U_L включены два симметричных приемника соединенные звездой (рис. 4.12). Один из них

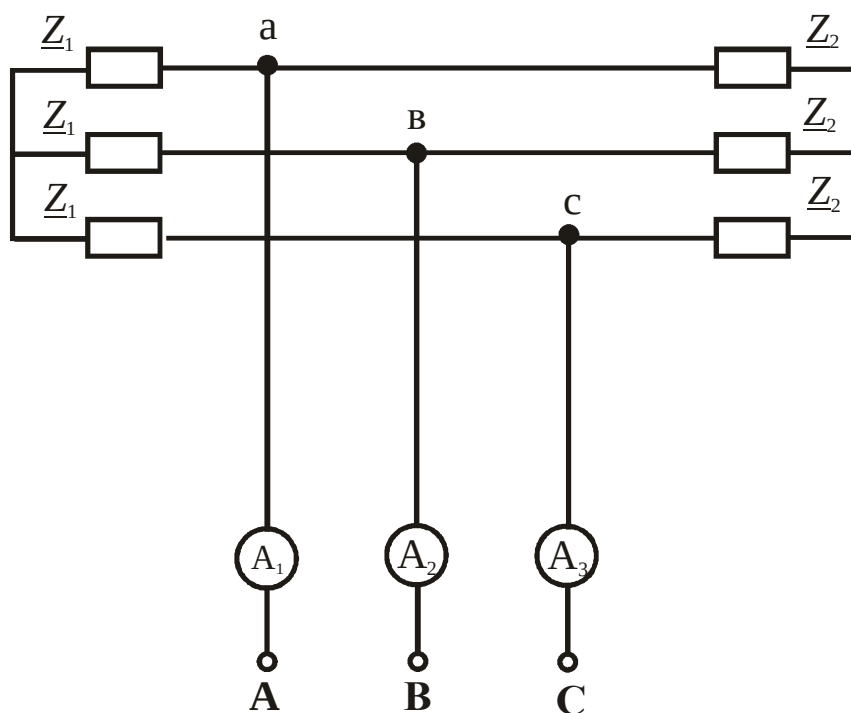


Рис. 4.12 - К задаче №4.5

представляет активную нагрузку с сопротивлением фазы $Z_1 = R_1$, другой - активно-индуктивную с сопротивлением фаз $Z_2 = R_2 + jX_2$. Определить показания амперметров, активную и реактивную мощности и $\cos\varphi$. Исходные данные приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 - Варианты контрольных заданий

Вариант	U_L , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	X_2 , Ом
1	127	10	10	4
2	220	15	15	8
3	380	25	20	15
4	127	20	15	3
5	220	30	25	6
6	380	20	20	8
7	127	15	30	4
8	220	20	25	8
9	380	20	15	15
10	220	25	30	6

Вопросы для самоконтроля

1. Какими преимуществами обладают трехфазные цепи по сравнению с однофазными?
2. Какие схемы применяют для соединения фаз трехфазных источников электрической энергии?
3. Как изображают ЭДС, напряжения и токи трехфазных генераторов?
4. Какие напряжения и токи называют линейными, а какие – фазными?
5. Какая нагрузка является симметричной и какая – несимметричной?
6. Как определяют линейные и фазные токи при включении нагрузки звездой?
7. Что такое смещение нейтрали и как его определяют?
8. Как влияет несимметричная нагрузка на напряжение потребителя при соединении звездой без нейтрального провода?
9. Каково назначение нейтрального провода?
10. Как определяют линейные и фазные токи при включении нагрузки треугольником?
11. Как определяется мощность (активная, реактивная и полная) трехфазных потребителей при симметричной и несимметричной нагрузках?

5. ТРАНСФОРМАТОРЫ

Трансформатором называют электромагнитное устройство, имеющее две или более индуктивно связанных обмотки, предназначенное для преобразования параметров электрической энергии: в основном напряжения и тока.

Потребность в повышении переменного напряжения вызвана необходимостью передачи электрической энергии на большие расстояния. Известно, что чем выше напряжение в линии электропередачи, тем меньше в ней электрический ток. Следовательно потери мощности в линии уменьшаются ($\Delta p = R \cdot I^2$). При передаче электрической энергии от электростанции к потребителям происходит многократное повышение и понижение (трансформирование) напряжения.

5.1. Устройство и принцип действия трансформатора

Условное графическое обозначение трансформатора показано на рис. 5.1.

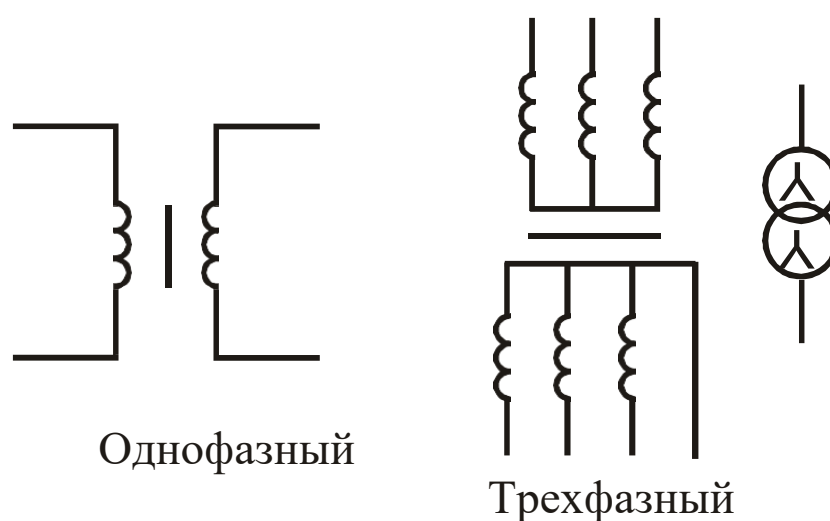


Рис. 5.1

В простейшем случае на замкнутом ферромагнитном сердечнике расположены две обмотки. К одной обмотке, которая называется первичной, подводится электрическая энергия от источника питания (сеть, отдельный генератор). От другой, вторичной обмотки, энергия отводится к потребителю, т. е. к нагрузке. Все величины, относящиеся к этим обмоткам (ЭДС, токи, числа витков и т. д.), называются соответственно первичными или вторичными.

Сердечник набирают из отдельных, изолированных друг от друга, тонких листов (0,27...0,35мм) электротехнической стали. Он предназначен для усиления магнитной связи между обмотками. Вертикальные участки магнитопровода, на которых размещаются обмотки, называются стержнями, а горизонтальные участки, объединяющие стержни, ярами (верхнее и нижнее ярмо).

Первичная и вторичная обмотки между собой электрически не связаны. Обмотку, имеющую большее число витков называют обмоткой высокого напряжения, а обмотку с меньшим числом витков - обмоткой низкого напряжения. Материалом обмоток служит медь (круглая, прямоугольная) или алюминий. Если число витков вторичной обмотки меньше числа витков первичной ($w_2 < w_1$), то трансформатор является понижающим, если больше ($w_2 > w_1$) - повышающим.

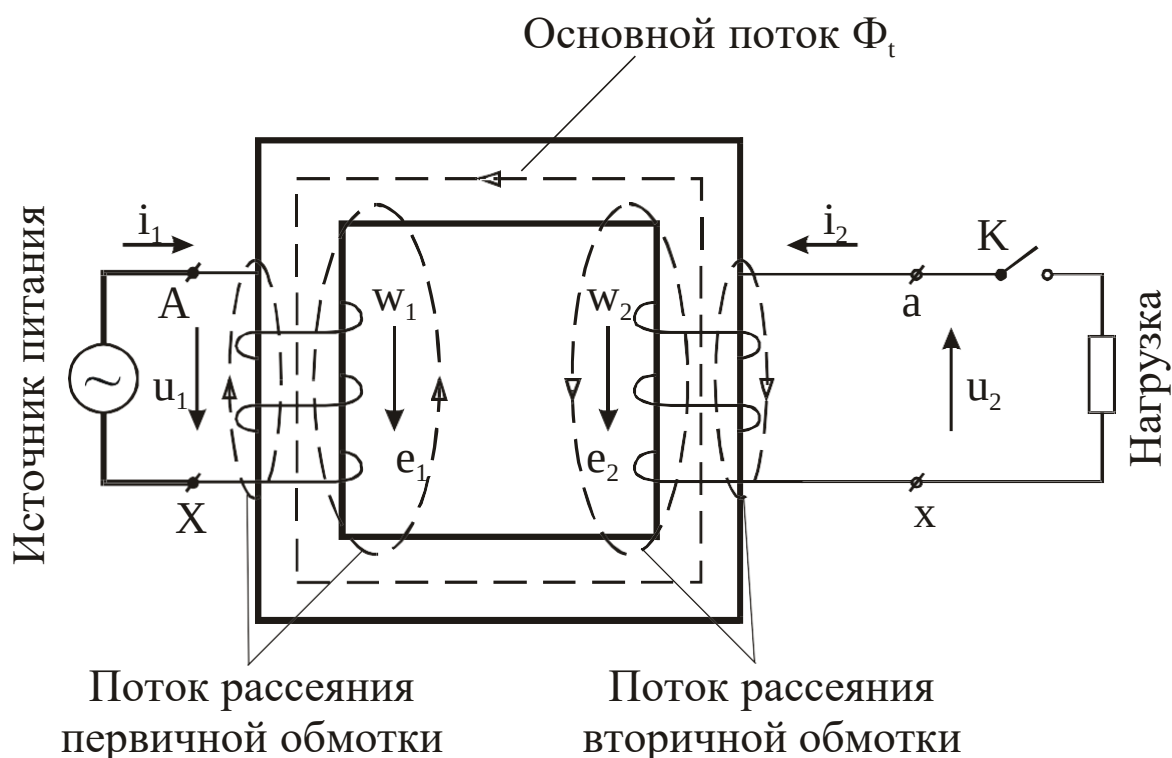


Рис. 5.2 - Электромагнитная схема трансформатора

Принцип действия трансформатора основан на законе электромагнитной индукции. При подключении первичной обмотки к источнику переменного напряжения в ней возникает ток, который создаёт в сердечнике переменный магнитный поток. Этот поток индуцирует ЭДС в

обмотках: в первичной - ЭДС самоиндукции, во вторичной - ЭДС взаимной индукции.

5.2. Анализ работы трансформатора

Для понимания процессов, происходящих в трансформаторе, необходимо рассмотреть различные режимы работы: холостой ход, короткое замыкание, режим нагрузки.

5.2.1. Холостой ход

При холостом ходе вторичная обмотка трансформатора разомкнута и ток $i_2 = 0$. Ток холостого хода i_{10} , протекающий по первичной обмотке под действием напряжения u_1 , создает магнитодвижущую силу (МДС) $F_0 = w_1 i_{10}$ и возбуждает в сердечнике переменный магнитный поток Φ_t . Этот поток пронизывает как первичную, так и вторичную обмотки, индуцируя в них ЭДС e_1 и e_2 .

Помимо основного потока в магнитопроводе ток i_{10} создает и поток рассеяния, магнитные линии которого показаны на рис. 5.2. Этот поток значительно меньше основного (на 3 - 4 порядка), сцеплен только с витками первичной обмотки и индуцирует в ней ЭДС рассеивания $e_{\sigma 1}$.

Полагая, что основной поток Φ_t изменяется синусоидально, можно получить выражения для действующих значений ЭДС в обмотках

$$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot \Phi_m; \quad E_2 = 4,44 \cdot f \cdot w_2 \cdot \Phi_m,$$

где w_1 и w_2 - числа витков первичной и вторичной обмоток; Φ_m - амплитуда основного магнитного потока; f - частота переменного тока.

Отношение действующих значений ЭДС или чисел витков определяет коэффициент трансформации

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}.$$

Поскольку при холостом ходе $U_{20} = E_2$ и $U_1 \approx E_1$ ($E_1 = 0.95 \dots 0.97 U_1$), тогда

$$k = \frac{U_1}{U_{20}}.$$

Уравнение электрического равновесия первичной обмотки для мгновенных значений (согласно второму закону Кирхгофа) имеет вид

$$u_1 + e_1 + e_{\sigma 1} = r_1 \cdot i_{10}.$$

В комплексной форме

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + jx_1 \cdot \underline{I}_{10} + r_1 \cdot \underline{I}_{10},$$

где r_1, x_1 - активное и индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки; $\underline{E}_{\sigma 1} = -jx_1 \cdot \underline{I}_{10}$ - ЭДС рассеивания первичной обмотки.

Напряжение на вторичной обмотке будет равно ЭДС, т. к. в таком режиме $I_2 = 0$

$$\underline{U}_{20} = \underline{E}_2.$$

5.2.2. Режим нагрузки

При подключении нагрузки к зажимам “а х” вторичной обмотки, рис. 5.2, в ней возникает ток i_2 , величина которого определяется сопротивлением нагрузки, а фаза - характером нагрузки (активная, индуктивная, емкостная). Во вторичной обмотке возникает МДС $F_2 = i_2 \cdot w_2$, которая действует против МДС первичной обмотки $F_1 = i_1 \cdot w_1$. Результирующий магнитный поток создаётся намагничивающей силой, которая выражается как векторная сумма МДС первичной и вторичной обмоток

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 = \underline{I}_1 w_1 + \underline{I}_2 w_2.$$

Всякое изменение тока нагрузки i_2 принуждает изменяться ток первичной обмотки i_1 настолько, чтобы общая МДС ($\underline{F}_1 + \underline{F}_2$) оставалась неизменной.

Результирующий магнитный поток трансформатора остается всегда постоянным и от нагрузки не зависит. Положение о неизменности магнитного потока $\Phi_t = const.$ (при холостом ходе и при нагрузке) позволяет составить равенство

$$\underline{F}_0 = \underline{F}_1 + \underline{F}_2$$

$$i_{10} w_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2.$$

Тогда уравнение токов имеет вид

$$i_1 = i_{10} - \frac{w_2}{w_1} \cdot i_2$$

или

$$i_1 = i_{10} - i_2',$$

где ток первичной обмотки i_1 имеет две составляющие i_{10} и $-i_2'$. Составляющая i_{10} создаёт основной магнитный поток, а составляющая $-i_2'$

компенсирует действие МДС вторичной обмотки на поток сердечника. Поэтому поток в сердечнике при любой нагрузке сохраняется таким же, как и при холостом ходе.

Уравнение электрического равновесия для вторичной обмотки (согласно второму закону Кирхгофа) имеет вид

$$u_2 = e_2 + e_{\sigma 2} - r_2 \cdot i_2.$$

где $e_{\sigma 2}$ - ЭДС от потока рассеяния вторичной обмотки. ЭДС рассеяния в комплексной форме

$$\underline{E}_{\sigma 2} = -jx_2 \underline{I}_2,$$

где r_2 , x_2 - активное и индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки.

В комплексной форме уравнение токов имеет вид

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 - \underline{I}_2,$$

где $\underline{I}_2 = I_2 w_2 / w_1$,

а уравнения электрического равновесия обмоток

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + jx_1 \cdot \underline{I}_1 + r_1 \cdot \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - jx_2 \cdot \underline{I}_2 - r_2 \cdot \underline{I}_2.$$

Полученные три уравнения являются основными уравнениями трансформатора. Они описывают любой режим работы трансформатора и по ним строят векторную диаграмму.

Ток холостого хода силовых трансформаторов измеряется в процентах от номинального тока первичной обмотки и составляет

$$i_0 = (0,5 \dots 8,0)\% \text{ от } I_{1Н}.$$

5.2.3. Режим короткого замыкания

Следует различать режим короткого замыкания в эксплуатационных условиях и опыт короткого замыкания. Первый представляет собой аварийный режим трансформатора. Опыт короткого замыкания называется испытание трансформатора, при котором вторичная обмотка замкнута накоротко, а на первичную подается пониженное напряжение. Такой режим создаётся, когда напряжение на первичной обмотке U_1 плавно (с помощью регулировочного устройства) увеличивают от нуля до такого значения $U_1 = U_k$, при котором токи в обмотках (токи короткого замыкания) становятся равными номинальным значениям. Напря-

жение U_K называют напряжением короткого замыкания и выражают в процентах от номинального U_{1H} . В современных силовых трансформаторах $u_K = (5...15)\%$.

Вследствие малости прикладываемого напряжения u_K к первичной обмотке, основной магнитный поток в сердечнике настолько незначителен, что им пренебрегают. Следовательно, и ток i_{10} , который создаёт магнитный поток, мал и им тоже пренебрегают. МДС, создаваемые первичной и вторичной обмотками, равны и сдвинуты по фазе на 180° .

$$i_{10}W_1 = i_1W_1 + i_2W_2 \approx 0,$$

тогда

$$i_1W_1 = -i_2W_2.$$

Уравнения электрического равновесия обмоток в комплексной форме имеют вид

$$\underline{U}_{1K} = -\underline{E}_{\sigma 1} + r_1 \underline{I}_{1K}$$

$$\underline{U}_{2K} = 0 = \underline{E}_{\sigma 2} - r_2 \underline{I}_{2K},$$

где $\underline{I}_{1K}$, $\underline{I}_{2K}$ - токи короткого замыкания.

5.3. Внешняя характеристика

Зависимость $U_2 = f(I_2)$ или $U_2 = f(\beta)$ называют внешней характеристикой трансформатора. Коэффициент $\beta = \frac{I_2}{I_{2H}}$ называется коэффициентом загрузки трансформатора, где I_2 - ток вторичной обмотки трансформатора; I_{2H} - номинальный ток вторичной обмотки.

Графически эта зависимость приведена на рис.5.3.

При колебаниях нагрузки от $I_2 = 0$ до $I_2 = I_{2H}$ напряжение на выходе трансформатора изменяется лишь на несколько процентов

$$\Delta U = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \cdot 100\%,$$

где ΔU - изменение напряжения на вторичной обмотке, которое определяется величиной и ха-

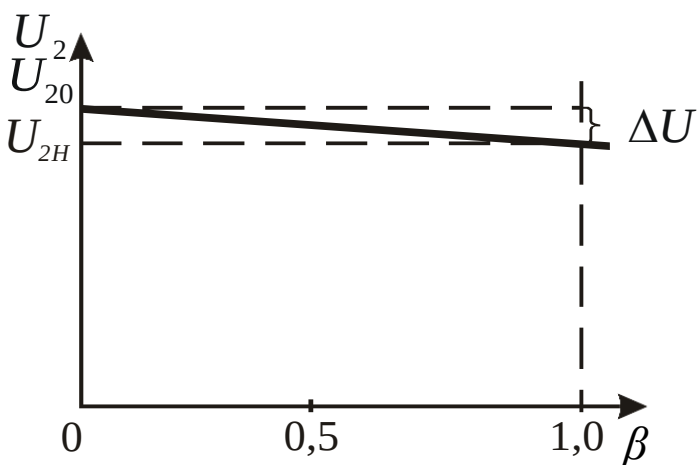


Рис. 5.3 - Внешняя характеристика

рактором нагрузки; U_{20} – напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода; U_2 – напряжение на зажимах вторичной обмотки в режиме нагрузки.

Отклонение напряжения на приёмнике энергии от номинального неблагоприятно отражается на его работе. Стандартами допускается отклонение напряжения от номинального на $\pm 5\%$.

5.4. Потери энергии и коэффициент полезного действия

Передача электрической энергии из первичной обмотки во вторичную сопровождается потерями энергии в обмотках и сердечнике трансформатора. На рис. 5.4, а приведена энергетическая диаграмма активной мощности трансформатора, на которой: P_1 – мощность потребляемая трансформатором из сети; P_2 – мощность, отдаваемая трансформатором нагрузке; $p_{эл.1}$ – мощность потерь энергии на активном сопротивлении первичной обмотки; $p_{эл.2}$ – мощность потерь энергии во вторичной обмотке; $p_{ст}$ – мощность потерь энергии в стали сердечника (потери на гистерезис и вихревые токи); $P_{ЭМ}$ – электромагнитная мощность, передаваемая из первичной обмотки во вторичную посредством магнитного поля.

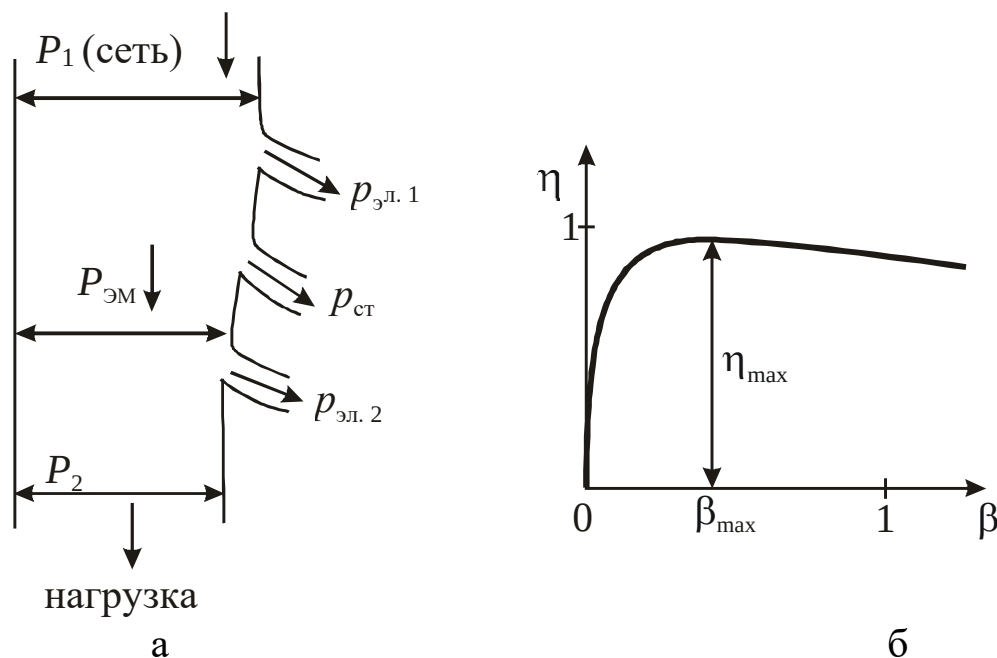


Рис.5.4 - Энергетическая диаграмма (а), КПД (б)

Электрические потери определяются величиной активного сопро-

тивления и квадрата тока соответствующей обмотки. Потери в магнитопроводе зависят от марки стали, частоты сети, магнитной индукции в сердечнике трансформатора. В паспорте трансформатора приводится мощность потерь холостого хода P_0 и короткого замыкания P_K , которые приблизительно равны (при номинальной нагрузке)

$$P_0 = p_{ст}$$

$$P_K = p_{эл.1} + p_{эл.2}.$$

Для расчёта КПД удобно пользоваться выражением

$$\eta = 1 - \frac{P_0 + \beta^2 \cdot P_K}{\beta \cdot S_H \cdot \cos\varphi_2 + P_0 + \beta^2 \cdot P_K}.$$

где S_H - номинальная мощность трансформатора в кВА, P_K и P_0 в кВт. Задаваясь значениями β = от 0 до 1 (от холостого хода до номинальной нагрузки), строят графическую зависимость $\eta = f(\beta)$, рис. 5.4, б. КПД силовых трансформаторов достигает максимального значения при коэффициенте загрузки $\beta_{max} = 0,45 \dots 0,6$. КПД современных силовых трансформаторов находится в пределах $0,95 \dots 0,99$.

Пример

Для трёхфазного трансформатора мощностью $S_H = 160$ кВА с соединением обмоток треугольник-звезда с нулевым проводом известно: номинальное напряжение первичной обмотки $U_{1H} = 10$ кВ, вторичной $U_{2H} = 0,69$ кВ, напряжение короткого замыкания $u_k = 4,5\%$, потери короткого замыкания $P_K = 4,2$ кВт, потери холостого хода $P_0 = 0,74$ кВт, ток холостого хода $i_0 = 2,3\%$. Определить: номинальные токи обмоток, сопротивления намагничивающей цепи схемы замещения трансформатора z_0, x_0, r_0 , сопротивления обмоток $z_1, x_1, r_1, z_2, x_2, r_2$. Построить внешнюю характеристику трансформатора $U_2 = f(\beta)$, зависимость коэффициента полезного действия от нагрузки $\eta = f(\beta)$. Коэффициент мощности нагрузки принять равным $\cos\varphi_2 = 0,8$.

Определяем номинальные токи:

первичной обмотки

$$I_{1H} = \frac{S_H}{\sqrt{3} \cdot U_{1H}} = \frac{160 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3} = 9,25 \text{ А},$$

вторичной обмотки

$$I_{2H} = \frac{S_H}{\sqrt{3} \cdot U_{2H}} = \frac{160 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 0,69 \cdot 10^3} = 134,04 \text{ A.}$$

Коэффициент трансформации

$$k = \frac{U_{1H}}{U_{2H}} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,69 \cdot 10^3} = 14,49.$$

Схема замещения трансформатора приведена на рис.5.5.

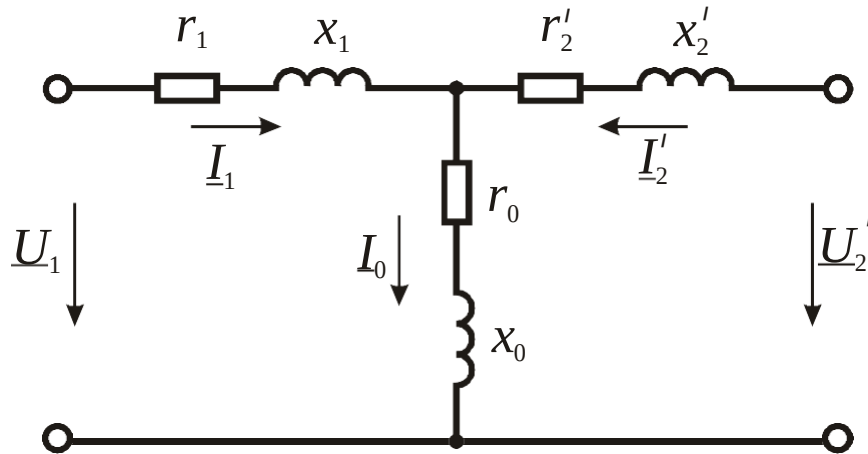


Рис. 5.5 - Схема замещения трансформатора

Определяем сопротивления обмоток и намагничивающей цепи

а) сопротивления короткого замыкания

$$Z_K = \frac{U_{K\Phi}}{I_{K\Phi}},$$

где $U_{K\Phi} = \frac{u_{K\%} \cdot U_{1H\Phi}}{100}$ – фазное напряжение короткого замыкания;

$I_{K\Phi}$ – номинальное фазное значение тока в первичной обмотке (обмотка соединена в треугольник)

$$I_{K\Phi} = \frac{I_{1H}}{\sqrt{3}} = \frac{9,25}{\sqrt{3}} = 5,35 \text{ A.}$$

Тогда

$$Z_K = \frac{4,5 \cdot 10 \cdot 10^3}{5,35 \cdot 100} = 84,11 \text{ Ом,}$$

$$r_K = \frac{P_K}{3 \cdot I_{K\Phi}^2} = \frac{4,2 \cdot 10^3}{3 \cdot 5,35^2} = 48,91 \text{ Ом.}$$

Из треугольника сопротивлений

$$x_K = \sqrt{z_K^2 - r_K^2} = \sqrt{84,11^2 - 48,91^2} = 68,42 \text{ Ом};$$

б) сопротивления первичной обмотки

$$r_1 = r_2' \approx \frac{r_K}{2} = \frac{48,91}{2} = 24,45 \text{ Ом},$$

$$x_1 = x_2' \approx \frac{x_K}{2} = \frac{68,42}{2} = 34,21 \text{ Ом};$$

в) сопротивления вторичной обмотки

$$r_2 = \frac{r_2'}{k^2} = \frac{24,45}{14,49^2} = 0,12 \text{ Ом},$$

$$x_2 = \frac{x_2'}{k^2} = \frac{68,42}{14,49^2} = 0,33 \text{ Ом};$$

г) сопротивления намагничивающей цепи

$$z_0 = \frac{U_{1H\Phi}}{I_{0\Phi}} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,12} = 83333 \text{ Ом},$$

где фазное значение тока холостого хода (при соединении первичной обмотки в треугольник) определяют по исходным данным

$$I_{0\Phi} = \frac{i_{0\%} \cdot I_{1H}}{\sqrt{3} \cdot 100} = \frac{2,3 \cdot 9,25}{\sqrt{3} \cdot 100} = 0,12 \text{ А}.$$

Тогда

$$r_0 = \frac{P_0}{3 \cdot I_{0\Phi}^2} = \frac{0,74 \cdot 10^3}{3 \cdot 0,12^2} = 17130 \text{ Ом},$$

$$x_0 = \sqrt{z_0^2 - r_0^2} = \sqrt{83333^2 - 17130^2} = 81550 \text{ Ом}.$$

Для построения внешней характеристики определяют падение напряжения во вторичной обмотке

$$\Delta u = \beta(u_{Ka\%} \cdot \cos\varphi_2 + u_{Kp\%} \cdot \sin\varphi_2),$$

где $u_{Ka\%}$, $u_{Kp\%}$ - соответственно активная и реактивная составляющие напряжения короткого замыкания.

$$u_{Ka\%} = u_{K\%} \cdot \cos\varphi_K = u_{K\%} \cdot \frac{r_K}{z_K} = 4,5 \cdot \frac{48,91}{84,11} = 2,62\%.$$

Из треугольника напряжений

$$u_{Kp\%} = \sqrt{u_{K\%}^2 - u_{Ka\%}^2} = \sqrt{4,5^2 - 2,62^2} = 3,66\%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора определяется по формуле

$$U_{2\phi} = U_{2H} \cdot \left(1 - \frac{\Delta u}{100}\right).$$

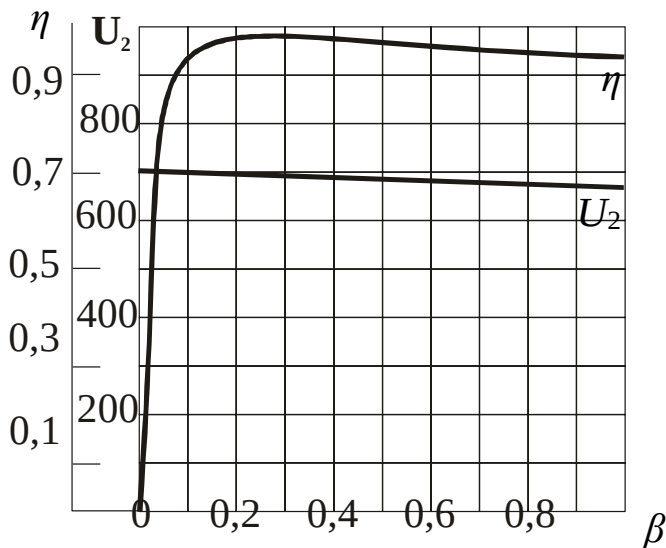


Рис. 5.6

Задаваясь различными значениями β (от 0 до 1,2), определяют напряжение $U_{2\phi}$.

Для построения зависимости $\eta = f(\beta)$ расчёт коэффициента полезного действия проводят по формуле, задаваясь β (от 0 до 1,2)

$$\eta = 1 - \frac{P_0 + \beta^2 \cdot P_K}{\beta \cdot S_H \cdot \cos \varphi_2 + P_0 + \beta \cdot P_K}.$$

Внешняя характеристика и кривая КПД представлены на рис. 5.6.

5.5. Варианты контрольных заданий для задачи №7

Условие задачи №7

Для трёхфазного трансформатора, параметры которого приведены в таблице 5.1, определить номинальные токи первичной и вторичной обмоток; сопротивления обмоток трансформатора r_1 , r_2 , x_1 , x_2 и намагничивающей цепи r_0 , x_0 ; коэффициент трансформации. Построить внешнюю характеристику, т. е. зависимость $U_2 = f(\beta)$; зависимость коэффициента полезного действия от степени загрузки $\eta = f(\beta)$.

Коэффициент мощности принять равным $\cos \varphi_2 = 0,8$.

Таблица 5.1 - Номинальные данные трансформаторов

№ варианта	Номинал. мощ. S_H кВА	U_{1H} ВН кВ	U_{2H} НН кВ	Схема и группа со- единения обмоток	Потери кВт		u_K %	I_0 %
					P_0	P_K		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	63	6	0,4	人/人 _H	0,24	1,28	4,5	2,8
2	100	6	0,4	人/人 _H	0,33	1,97	4,5	2,6
3	100	10	0,4	人/人 _H	0,33	1,97	4,5	2,6
4	160	6	0,4	人/人 _H	0,51	2,65	4,5	2,4
5	160	10	0,4	人/人 _H	0,51	2,65	4,5	2,4
6	160	35	0,4	人/人 _H	0,62	2,65	6,5	2,4
7	160	6	0,59	Δ/人 _H	0,51	3,1	4,5	2,4
8	160	10	0,69	Δ/人 _H	0,51	3,1	4,5	2,4
9	160	35	0,69	Δ/人 _H	0,62	3,1	6,5	2,4
10	250	6	0,4	人/人 _H	0,74	3,7	4,5	2,3
11	250	10	0,4	人/人 _H	0,74	3,7	4,5	2,3
12	250	35	0,4	人/人 _H	0,9	3,7	6,5	2,3
13	250	6	0,69	Δ/人 _H	0,74	4,2	4,5	2,3
14	250	10	0,69	Δ/人 _H	0,74	4,2	4,5	2,3
15	250	35	0,69	Δ/人 _H	0,9	4,2	6,5	2,3
16	400	6	0,4	人/人 _H	0,95	5,5	4,5	2,1
17	400	10	0,4	人/人 _H	0,95	5,5	4,5	2,1
18	400	35	0,4	人/人 _H	1,2	5,5	6,5	2,1

Продолжение таблицы 5.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	400	6	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	0,95	5,9	4,5	2,1
20	400	10	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	0,95	5,9	4,5	2,1
21	400	35	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	1,2	5,9	6,5	2,1
22	630	6	0,4	$\text{人}/\text{人}_H$	1,31	7,6	5,5	2
23	630	10	0,4	$\text{人}/\text{人}_H$	1,31	7,6	5,5	2
24	630	35	0,4	$\text{人}/\text{人}_H$	1,6	7,6	6,5	2
25	630	6	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	1,31	8,5	5,5	2
26	630	10	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	1,31	8,5	5,5	2
27	630	35	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	1,6	8,5	6,5	2
28	1000	6	0,4	$\text{人}/\text{人}_H$	2,1	12,2	5,5	2
29	1000	6	0,4	$\Delta/\text{人}_H$	2,1	12,2	5,5	1,4
30	1000	6	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	2,1	12,2	5,5	1,4
31	1000	6	3,15	$\Delta/\text{人}_H$	2,1	11,6	5,5	1,4
32	1000	10	0,4	$\Delta/\text{人}_H$	2,1	12,2	5,5	1,4
33	1000	10	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	2,1	12,2	5,5	1,4
34	1000	10	0,525	$\text{人}/\Delta$	2,1	12,2	5,5	1,4
35	1000	10	3,15	$\text{人}/\Delta$	2,1	11,6	5,5	1,4
36	1000	10	6,3	$\text{人}/\Delta$	2,1	11,6	5,5	1,4
37	1000	20	0,4	$\Delta/\text{人}_H$	2,35	12,2	6,5	1,5
38	1000	20	0,69	$\Delta/\text{人}_H$	2,35	12,2	6,5	1,5
39	1000	20	6,3	$\text{人}/\Delta$	2,35	11,6	6,5	1,5
40	1000	20	10,5	$\text{人}/\text{人}_H$	2,35	11,6	6,5	1,5

Продолжение таблицы 5.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
41	1000	35	0,4	$\text{H}/\text{H}_\text{H}$	2,35	12,2	6,5	1,5
42	1000	35	0,69	$\text{H}/\text{H}_\text{H}$	2,35	12,2	6,5	1,5
43	1000	35	3,15	H/Δ	2,35	11,6	6,5	1,5
44	1000	35	6,3	H/Δ	2,35	11,6	6,5	1,5
45	1000	35	10,5	H/Δ	2,35	11,6	6,5	1,5
46	1600	6	0,4	Δ/H_H	2,8	18	5,5	1,4
47	1600	6	0,69	Δ/H_H	2,8	18	5,5	1,3
48	1600	6	3,15	H/Δ	2,8	16,5	5,5	1,3
49	1600	10	0,4	Δ/H_H	2,8	18	5,5	1,3
50	1600	10	0,69	Δ/H_H	2,8	18	5,5	1,3

Вопросы для самоконтроля

1. Расскажите, как устроен трансформатор.
2. Назначение силовых трансформаторов.
3. На каком законе основан принцип действия трансформатора?
4. От чего зависит ЭДС вторичной обмотки трансформатора?
5. Расскажите, о материалах и конструкциях магнитных систем трансформаторов.
6. Назовите способы соединения обмоток трехфазного трансформатора.
7. Какую зависимость называют внешней характеристикой трансформатора.
8. Начертите внешнюю характеристику и объясните, чем определяется ее наклон.
9. Изобразите схему замещения трансформатора.
10. Какие потери энергии возникают в трансформаторе?
11. Начертите энергетическую диаграмму трансформатора.
12. Как определяется КПД трансформатора и от чего он зависит?
13. Назовите способы охлаждения силовых трансформаторов.

6. АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

Асинхронные машины относятся к классу электрических машин переменного тока. Они обладают свойством обратимости, т. е. могут работать как в режиме двигателя, так и в режиме генератора. Однако в режиме двигателя рабочие характеристики и эксплуатационные свойства намного лучше, чем в режиме генератора. Поэтому асинхронные машины практически всегда используют только в качестве двигателя.

Мощность асинхронных двигателей колеблется в широких пределах - от долей ватта до нескольких тысяч киловатт. Двигатели обычно имеют симметричную трехфазную обмотку на статоре, включаемую в трехфазную сеть. Их основными достоинствами является высокая надёжность в работе и низкая стоимость. Благодаря этим качествам они являются самыми распространёнными двигателями для привода различных станков, подъемно-транспортных механизмов, насосно - компрессорных и др. машин.

Асинхронные двигатели мощностью до 500 Вт выполняют однофазными или двухфазными. Их широко применяют в системах автоматики, для привода электрифицированного инструмента, в бытовых приборах.

6.1. Электрические соотношения в цепях статора и ротора трёхфазного двигателя

Изучение асинхронного двигателя нужно начинать с устройства и принципа действия. Включенная в сеть трёхфазная обмотка статора, создаёт вращающееся магнитное поле, частота вращения которого определяется выражением

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p},$$

где n_1 - частота вращения магнитного поля статора в об/мин; f_1 - частота сети ($f_1 = 50$ Гц); p - число пар полюсов двигателя.

Это поле пересекает проводники обмоток статора и ротора, индуцируя в них ЭДС. В короткозамкнутой обмотке ротора под действием ЭДС возникает ток. Взаимодействие этого тока с вращающимся магнитным полем приводит к созданию момента. Если создаваемый момент больше тормозного момента на валу (трение в подшипниках, вен-

тиляция, нагрузка на валу), то ротор начнёт раскручиваться в сторону поля. Догнать магнитное поле статора ротор не может (в противном случае ЭДС, ток и вращающий момент станут равными нулю), но он будет вращаться с небольшим отставанием, которое характеризуется скольжением

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \cdot 100 (\%),$$

где s - скольжение, n - частота вращения ротора в об/мин.

При изменении режима работы от пуска (ротор неподвижен) до холостого хода (n близко к n_1) скольжение изменяется в пределах $1 \geq s > 0$. При нагрузке, близкой к номинальной, скольжение современных двигателей находится в пределах $s_H = 0,02 \dots 0,06$.

Действующие значения ЭДС, индуцируемые в обмотках статора и ротора вращающимся магнитным полем, определяются выражениями

$$E_1 = 4,44 \cdot f_1 \cdot w_1 \cdot k_{об.1} \cdot \Phi,$$

где $k_{об.1}$ - обмоточный коэффициент (учитывает распределение обмотки статора и укорочение ее шага); f_1 - частота переменного тока в обмотках статора; w_1 - число витков фазы обмотки статора; Φ - поток в воздушном зазоре между статором и ротором;

$$E_{2s} = 4,44 \cdot f_2 \cdot w_2 \cdot k_{об.2} \cdot \Phi,$$

где $f_2 = f_1 \cdot s$ - частота переменного тока в обмотке ротора; w_2 - число витков обмотки ротора.

Основные уравнения двигателя в комплексной форме (обмотка ротора приведена к обмотке статора)

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + r_1 \cdot \underline{I}_1 + jx_1 \cdot \underline{I}_1$$

$$\underline{U}'_2 = 0 = \underline{E}'_{2s} - r'_2 \cdot \underline{I}'_2 - jx'_{2s} \cdot \underline{I}'_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 - \underline{I}'_2,$$

где $\underline{I}_0$ - комплекс тока холостого хода; модуль этого тока для трёхфазных двигателей изменяется в пределах $I_0 = (20 \dots 50)\%$ от I_{1H} (значительно больше, чем в трансформаторе, что обусловлено наличием воздушного зазора); $x'_{2s} = x_{2s} \cdot s$ - индуктивное сопротивление рассеяния обмотки вращающегося ротора.

6.2. Преобразование активной мощности. КПД двигателя

При работе асинхронного двигателя электрическая энергия преобразуется в механическую энергию вращения ротора. Этот процесс сопровождается расходом части энергии на потери внутри машины.

Преобразование электрической энергии в механическую может быть представлено уравнением баланса активной мощности. На основании закона сохранения энергии процесс преобразования имеет вид

$$P_1 = 3 \cdot U_{1\phi} \cdot I_{1\phi} \cdot \cos \varphi_1 = p_{\text{эл.1}} + p_{\text{ст.1}} + p_{\text{эл.2}} + p_{\text{ст.2}} + p_{\text{мех}} + P_2,$$

где P_1 - мощность, потребляемая двигателем из сети; $p_{\text{эл.1}}$ - электрические потери в обмотке статора; $p_{\text{ст.1}}$ - потери в стали магнитопровода статора; $p_{\text{эл.2}}$ - электрические потери в обмотке ротора; $p_{\text{ст.2}}$ - потери в

стали сердечника ротора (в дальнейшем ими пренебрегают, т. к. при работе двигателя $f_2 \approx 1 \dots 3$ Гц и эти потери малы); $p_{\text{мех}}$ - механические потери на трение, вентиляцию; P_2 - полезная механическая мощность на валу двигателя.

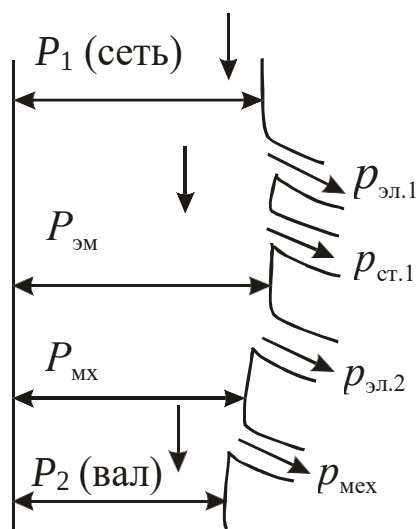


Рис. 6.1 - Энергетическая диаграмма

Энергетическая диаграмма двигателя показана на рис. 6.1, на которой $P_{\text{эм}}$ - электромагнитная мощность, передаваемая со статора на ротор посредством магнитного поля, $P_{\text{мх}}$ - механическая мощность двигателя. На паспортной табличке двигателя указывается его полезная номинальная мощность $P_{2\text{н}}$.

Коэффициент полезного действия двигателя удобно рассчитывать по выражению

$$\eta = 1 - \frac{\sum p}{P_1},$$

где $\sum p$ - суммарные потери в двигателе,

$$\sum p = p_{\text{эл.1}} + p_{\text{ст.1}} + p_{\text{эл.2}} + p_{\text{мех}}.$$

КПД современных трёхфазных двигателей при номинальной нагрузке достигает (0,75...0,95), причём, чем больше мощность двигателя, тем выше КПД.

Коэффициент мощности двигателя при нагрузке, близкой к номи-

нальной, составляет 0,72...0,9.

6.3. Электромагнитный момент и механические характеристики асинхронного двигателя

Эксплуатационные свойства асинхронного двигателя изучаются при помощи механических и рабочих характеристик.

Механические характеристики $M = f(s)$ и $n = f(M)$ могут быть построены по выражению для вращающегося момента трёхфазного асинхронного двигателя

$$M = \frac{3 \cdot U_{1\phi}^2 \cdot \frac{r_2'}{s}}{\Omega_1 \cdot \left[\left(r_1 + \frac{r_2'}{s} \right)^2 + (x_1 + x_2')^2 \right]}, \quad (\text{Н} \cdot \text{м})$$

где $\Omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60}$ - угловая механическая скорость магнитного поля (рад/с);

r_1, r_2', x_1, x_2' - сопротивления статорной и роторной обмоток приведенного двигателя; $U_{1\phi}$ - фазное напряжение сети.

Существует упрощенное выражение для определения зависимости $M = f(s)$ по данным каталога (формула Клосса)

$$M = \frac{2 \cdot M_m}{\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m}},$$

где M_m - максимальный (критический) вращающий момент; s_m - скольжение, при котором двигатель развивает максимальный момент.

По данным каталога определяют номинальный момент

$$M_H = 9,55 \cdot \frac{P_H}{n_H},$$

где P_H - номинальная мощность двигателя на валу (Вт), n_H - частота вращения ротора при номинальной нагрузке. Зная перегрузочную способность двигателя $k_m = \frac{M_m}{M_H}$, определяют M_m и скольжение, соответствующее этому моменту

$$s_m = s_H \cdot \left(k_m + \sqrt{k_m^2 - 1} \right)$$

Задавая значениями скольжения s от 0 до 1 (двигательный ре-

жим), рассчитывают вращающий момент для каждого значения скольжения. По результатам расчета строят графическую зависимость

$$M = f(s), \text{ рис. 6.2.}$$

Характеристика $n = f(M)$ получается из характеристики $M = f(s)$, если учесть, что $n = n_1(1 - s)$.

Механическая характеристика является основной характеристикой двигателя. Она показывает пусковые свойства M_{Π}/M_H , перегрузочную способность M_m/M_H и область устойчивой работы (от $s = 0$ до $s = s_m$).

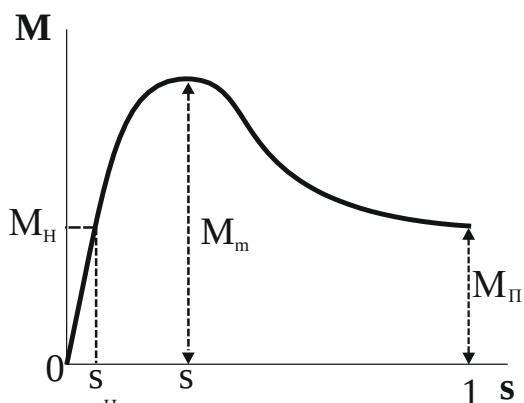


Рис. 6.2 - Механическая характеристика

6.4. Пуск и регулирование скорости вращения трёхфазного асинхронного двигателя

Пуск двигателей сопровождается резким скачком тока, что может вызвать колебания напряжения сети и неблагоприятно отразиться на работе соседних потребителей энергии. Существует несколько способов пуска. Наиболее распространенный - это прямой пуск, когда обмотка статора включается на полное напряжение сети. При этом допустимый пусковой ток может превышать номинальный ток двигателя в 4...7 раз. Процесс пуска проходит достаточно быстро (несколько секунд) и такой большой ток не вызывает разрушения двигателя и нарушения нормальной работы питающей сети. Если прямой пуск невозможен (пусковой ток превышает допустимый или падение напряжения в сети при пуске более 30%, $\Delta U > 30\%$ от U_H), то используются способы пуска от пониженного напряжения (автотрансформаторный, реакторный, переключением обмотки статора со «звезды» на «треугольник»). При этом следует помнить, что при снижении напряжения (любым из перечисленных способов) пусковой момент уменьшается в квадратичной зависимости, т. е. $M \propto U^2$.

Пуск двигателей с фазным ротором осуществляют введением в каждую фазу ротора добавочного активного сопротивления. Пусковой момент асинхронного двигателя пропорционален активному сопротивлению фазы ротора $M_{\Pi} \propto r'_2$. Поэтому такой пуск обеспечивает большой

пусковой момент, снижает пусковой ток, что особенно важно для двигателей большой мощности. По мере разгона ротора двигателя добавочные активные сопротивления выводятся из цепей ротора, т. е. пусковой реостат рассчитывается на время пуска (кратковременная работа). Обычно пусковой реостат имеет одну, две или три ступени.

Скорость вращения двигателей с короткозамкнутым ротором регулируют либо изменением частоты питающего напряжения (двигатель или группа двигателей питается от преобразователя частоты), либо изменением числа пар полюсов (переключением схемы обмотки статора). В обоих случаях изменяется скорость вращения магнитного поля, однако в первом случае ее можно изменять плавно, а во втором - только ступенчато (1500 - 750 об/мин, 1000 - 500 об/мин).

Скорость вращения ротора двигателя с контактными кольцами регулируют изменением активного сопротивления обмотки ротора (введением добавочного сопротивления).

Пример

Номинальная мощность трёхфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором $P_H = 0,55$ кВт, номинальное напряжение при соединении обмотки статора в звезду $U_H = 380$ В, номинальная частота вращения $n_H = 1370$ об/мин, номинальный КПД $\eta_H = 70,5\%$, номинальный коэффициент мощности $\cos\varphi_H = 0,7$. Кратность пускового тока $k_H = I_H/I_N = 6,5$, перегрузочная способность двигателя $k_m = M_m/M_H = 1,8$.

Определить: потребляемую мощность P_{1H} , номинальный и максимальный вращающие моменты, пусковой ток, номинальное и критическое скольжения. Построить механическую характеристику $M = f(s)$.

Потребляемая мощность

$$P_{1H} = \frac{P_H}{\eta_H} = \frac{550}{0,705} = 780 \text{ Вт.}$$

Вращающие моменты:

номинальный

$$M_H = 9,55 \cdot \frac{P_H}{n_H} = 9,55 \cdot \frac{550}{1370} = 3,83 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

максимальный

$$M_m = k_m \cdot M_H = 1,8 \cdot 3,83 = 6,9 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Номинальный и пусковой токи

$$I_H = \frac{P_{1H}}{\sqrt{3} \cdot U_{1H} \cdot \cos \varphi_H} = \frac{780}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,7} = 1,69 \text{ A}$$

$$I_{II} = k_{II} \cdot I_H = 6,5 \cdot 1,69 = 11,02 \text{ A.}$$

Номинальное и критическое скольжения

$$s_H = \frac{n_1 - n_H}{n_1} = \frac{1500 - 1370}{1500} = 0,087$$

$$s_m = s_H \cdot \left(k_m + \sqrt{k_m^2 - 1} \right) = 0,087 \cdot \left(1,8 + \sqrt{3,24 - 1} \right) = 0,29.$$

Механическая характеристика $M = f(s)$ строится по уравнению

$$M = \frac{2 \cdot M_m}{\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m}} = \frac{2 \cdot 6,9}{\frac{0,29}{s} + \frac{s}{0,29}} \cdot \text{Задаваясь скольжением от } s = 0 \text{ до } s = 1,$$

рассчитываем момент двигателя. Графическая зависимость показана на рис. 6.3.

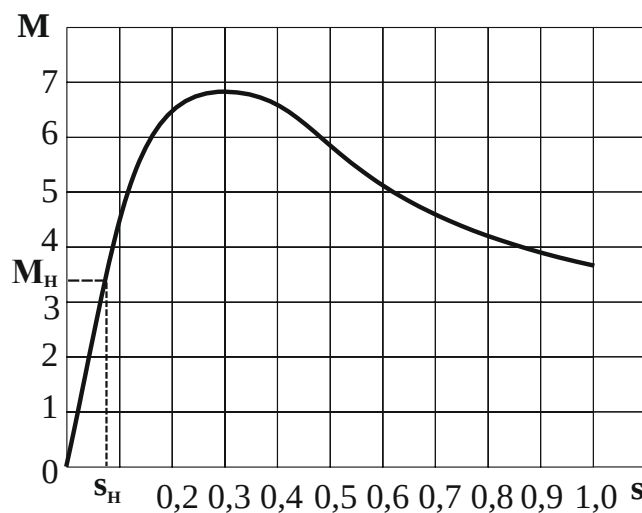


Рис. 6.3

6.5. Варианты контрольных заданий для задачи №8

Условие задачи №8

Трёхфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором включён в сеть с номинальным напряжением $U_H = 380 \text{ В}$ и частотой $f = 50 \text{ Гц}$. Обмотка статора соединена в звезду. Данные двигателя приведены в таблице 6.1.

Определить: потребляемую мощность, номинальный и максимальный моменты, пусковой ток, номинальное и критическое скольжения. Построить механическую характеристику $M = f(s)$.

Таблица 6.1 - Номинальные данные двигателей

№ ва- риан- та	P_H кВт	n_H об/мин	η	$\cos\varphi_H$	I_{II}/I_H	M_m/M_H
1	2	3	4	5	6	7
1	0,09	2742	0,6	0,7	3,5	2,2
2	0,12	2709	0,63	0,7	3,5	2,2
3	0,18	2760	0,66	0,76	4	2,2
4	0,25	2850	0,68	0,77	4	2,2
5	0,37	2751	0,7	0,86	4,5	2,2
6	0,55	2745	0,73	0,86	4,5	2,2
7	0,75	2823	0,77	0,87	5,5	2,2
8	1,1	2811	0,775	0,87	5,5	2,2
9	1,5	2874	0,81	0,85	6,5	2,6
10	2,2	2871	0,83	0,87	6,5	2,6
11	3	2871	0,845	0,88	6,5	2,5
12	4	2901	0,865	0,89	7,5	2,5
13	5,5	2898	0,875	0,91	7,5	2,5
14	7,5	2925	0,875	0,88	7,5	2,8
15	11	2931	0,88	0,9	7,5	2,8
16	15	2937	0,88	0,91	7	2,2
17	18,5	2937	0,885	0,92	7	2,2
18	22	2943	0,905	0,91	7,5	2,5
19	30	2946	0,9	0,9	7,5	2,5
20	37	2943	0,91	0,89	7,5	2,5
22	55	2946	0,91	0,92	7,5	2,5
23	75	2958	0,92	0,89	7,5	2,5
24	90	2958	0,91	0,9	7,5	2,5
25	110	2940	0,915	0,89	7	2,2
26	132	2940	0,92	0,89	7	2,2
27	160	2943	0,925	0,9	7	1,9
28	200	2943	0,925	0,9	7	1,9
29	250	2943	0,925	0,9	7	1,9

Продолжение таблицы 6.1

1	2	3	4	5	6	7
30	315	2940	0,93	0,91	7	1,9
31	0,06	1378	0,5	0,6	2,5	2,2
32	0,09	1371	0,55	0,6	2,5	2,2
33	0,12	1377	0,63	0,66	3,5	2,2
34	0,18	1366	0,64	0,64	3,5	2,2
35	0,25	1380	0,68	0,64	4	2,2
36	0,37	1365	0,68	0,68	4	2,2
37	0,55	1390	0,705	0,7	4,5	2,2
38	0,75	1387	0,72	0,73	4,5	2,2
39	1,1	1419	0,75	0,81	5	2,2
40	1,5	1413	0,77	0,83	5	2,2
41	2,2	1423	0,8	0,83	6	2,4
42	3	1434	0,82	0,83	6	2,4
43	4	1431	0,84	0,84	6	2,4
44	5,5	1446	0,855	0,85	7	2,2
45	7,5	1456	0,875	0,86	7,5	3
46	11	1458	0,875	0,87	7,5	3
47	15	1465	0,885	0,88	7	2,3
48	18,5	1467	0,895	0,88	7	2,3
49	22	1470	0,9	0,9	6,5	2,3
50	30	1471	0,91	0,89	6,5	2,3

Вопросы для самоконтроля

1. Устройство асинхронных двигателей.
2. Как выполняется магнитопровод двигателя?
3. От чего зависит частота вращения магнитного поля статора?
4. От чего зависит скольжение и в каких пределах оно изменяется в двигательном режиме работы?
5. Какова частота токов в роторе при установившемся режиме?
6. Изобразите механическую характеристику $M = f(s)$ двигателя и покажите на ней пусковой, максимальный и номинальный моменты?

7. Как влияет величина питающего напряжения на вращающий момент двигателя?
8. Что показывают механические характеристики двигателя?
9. Перечислите преимущества двигателя с фазным ротором по сравнению с короткозамкнутым двигателем.
10. Как осуществляется пуск асинхронных двигателей?
11. Назовите допустимые значения пускового тока короткозамкнутого двигателя.
12. Начертите простейшую схему управления 3^х фазным асинхронным двигателем.
13. Как осуществляется реверсирование двигателя?
14. Перечислите способы регулирования частоты вращения асинхронных двигателей с короткозамкнутым и фазным роторами.

7. ТРЁХФАЗНЫЕ СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

7.1. Общие сведения

В отличие от асинхронной машины скорость вращения ротора синхронной машины равна скорости вращения поля статора и сохраняется постоянной независимо от нагрузки.

Трёхфазная обмотка статора подключается к сети переменного тока, а обмотка ротора (обмотка возбуждения) - к источнику постоянного тока, т. е. ротор представляет собой вращающийся электромагнит, рис. 7.1.

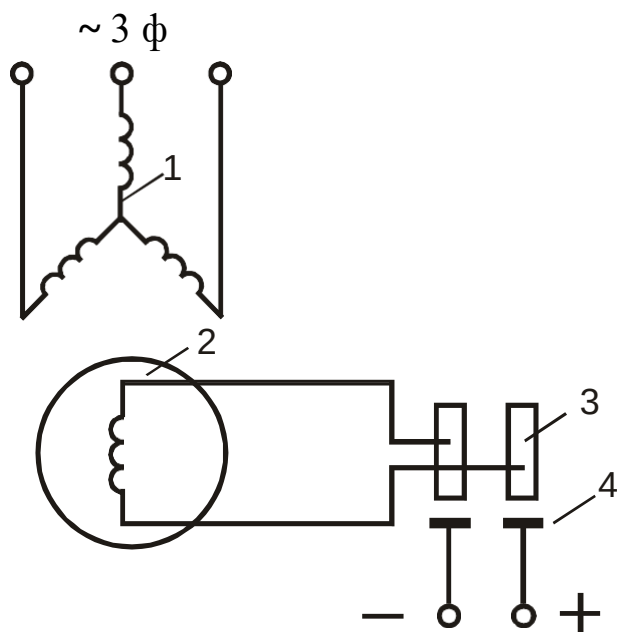


Рис. 7.1 - Электрическая схема синхронной машины: 1 - обмотка статора; 2 - обмотка ротора; 3 - контактные кольца; 4 - щетки

Синхронные генераторы являются основными источниками электрической энергии и устанавливаются на всех видах электрических станций.

В энергетической системе, на которую работают большое количество электростанций, генераторы работают в особом режиме, когда необходимо поддерживать величину напряжения и частоту переменного тока в линии постоянными. Активную и реактивную мощность генераторов регулируют по заданному графику нагрузки.

Приводными двигателями этих генераторов могут быть паровые, газовые и гидравлические турбины (тепловые и атомные электростанции, гидроэлектростанции). Мощность современных генераторов достигает нескольких сотен МВА.

Синхронные двигатели применяют в электроприводах большой мощности. Начиная, примерно, с 200 кВт и выше синхронные двигатели становятся экономически выгоднее по сравнению с асинхронными двигателями. Их применяют в установках, где не требуется частых пусков и регулирования скорости.

На крупных подстанциях электрических систем устанавливают

специальные синхронные машины, отдающие в сеть реактивную мощность (она необходима для создания магнитного поля в асинхронных двигателях, трансформаторах). Эти машины называются синхронными компенсаторами.

7.2. Работа синхронных машин в режимах двигателя и генератора

При вращении ротора с частотой n поток возбуждения, создаваемый током возбуждения, пересекает проводники обмотки статора и индуцирует в них переменную ЭДС, изменяющуюся с частотой

$$f_1 = p \cdot n / 60,$$

где p – число пар полюсов обмотки статора.

Если обмотку статора подключить к какой-либо нагрузке, то проходящий по этой обмотке трехфазный ток создает вращающееся магнитное поле, частота вращения которого

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot p \cdot n}{p \cdot 60} = n.$$

Ротор вращается с такой же частотой, что и магнитное поле статора.

Результирующий магнитный поток синхронной машины создается совместным действием МДС обмоток возбуждения и статора. Результирующее магнитное поле вращается в пространстве с той же скоростью, что и ротор.

Синхронная машина может работать автономно в качестве генератора, питающего подключенную к ней нагрузку, или параллельно с сетью, к которой присоединены другие генераторы. При работе параллельно с сетью она может отдавать или потреблять электрическую энергию, т. е. работать генератором или двигателем. При подключении обмотки статора к сети, ток статора создает вращающееся магнитное поле. В результате взаимодействия этого поля с током обмотки возбуждения создается электромагнитный момент. При работе машины в двигательном режиме этот момент является вращающим, а при работе в генераторном режиме – тормозным. В установившемся режиме ротор неподвижен относительно магнитного поля и вращается с частотой $n = n_1$ независимо от механической нагрузки на валу ротора или электрической нагрузки.

7.3. Схема замещения синхронного генератора, мощность и электромагнитный момент

Обмотка одной фазы статора может быть представлена схемой замещения, показанной на рис. 7.2, а. ЭДС E_0 - эта ЭДС холостого хода, индуцируемая потоком обмотки возбуждения; r_a , $x_{\text{син}}$ - активное и индуктивное сопротивления фазы генератора; $Z_{\text{наг}}$ - сопротивление нагрузки. Согласно второму закону Кирхгофа

$$\underline{E}_0 = \underline{U}_\Phi + r_a \cdot \underline{I}_a + jx_{\text{син}} \cdot \underline{I}_a,$$

где $\underline{U}_\Phi$ - напряжение фазы обмотки якоря, $\underline{I}_a$ - фазный ток якоря.

Векторная диаграмма генератора, работающего на активно - индуктивную нагрузку показана на рис. 7.2, б. Угол между векторами ЭДС и напряжения, угол θ , называют углом нагрузки, т. к. его величина зависит от нагрузки. В режиме генератора вектор ЭДС $\underline{E}_0$ всегда опережает вектор напряжения $\underline{U}$ и угол θ считается положительным. В режиме двигателя вектор ЭДС отстаёт от вектора напряжения и угол θ считается отрицательным.

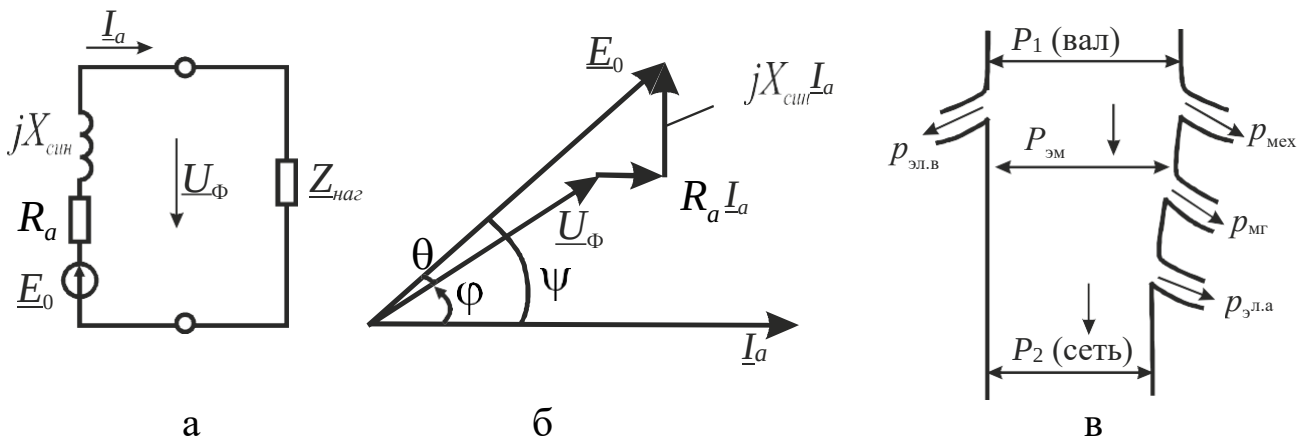


Рис. 7.2 - Схема замещения (а), векторная диаграмма (б), энергетическая диаграмма генератора (в)

Рассмотрим энергетические процессы преобразования механической энергии в электрическую (рис. 7.2, в). Приводной двигатель развивает механическую мощность P_1 , вращая ротор генератора. Благодаря электромагнитным процессам эта мощность преобразуется в электрическую P_2 . В процессе преобразования возникают потери: электрические $p_{\text{эл.а}}$, $p_{\text{эл.в}}$ (в обмотках якоря и возбуждения), магнитные $p_{\text{мг}}$ (обуслов-

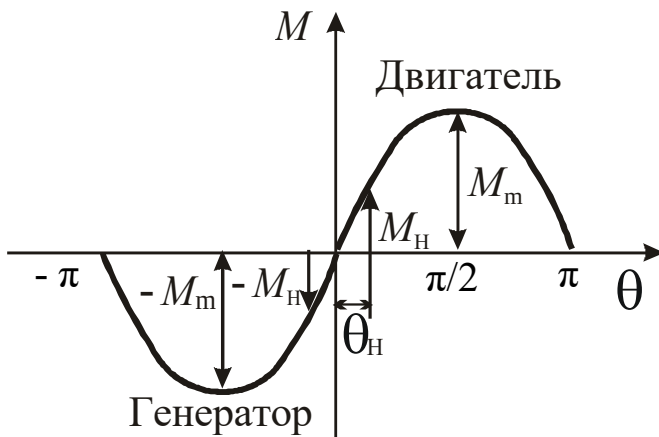
ленные гистерезисом и вихревыми токами), механические $p_{\text{мех}}$ (обусловленные трением и вентиляцией).

При взаимодействии магнитных полей статора и ротора возникает электромагнитный момент

$$M_{\text{эм}} = \frac{m \cdot U_{\phi} \cdot E_0}{\Omega_0 \cdot x_{\text{син}}} \cdot \sin \theta,$$

где Ω_0 - угловая механическая скорость магнитного поля,

$$\Omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot n_1 / 60, \quad \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$



Угловая характеристика машины для генераторного и двигательного режимов приведена на рис. 7.3.

Максимальный момент определяет перегрузочную способность машины, приблизительно $k_m = M_m / M_H \approx 2$.

Рабочий диапазон угла θ составляет от нуля до 90° .

Рис. 7.3 - Характеристика момента синхронной машины

7.4. Характеристики генератора при работе на автономную нагрузку

Электрические и магнитные свойства генераторов отображаются их характеристиками. Рассмотрим характеристики холостого хода, внешнюю и регулировочную.

Характеристика холостого хода представляет собой зависимость ЭДС генератора от тока возбуждения, $E = f(I_B)$. Условия снятия характеристики: $I_a = 0$, $n = \text{const}$ ($f_1 = \text{const}$).

Эта характеристика напоминает кривую намагничивания ферромагнитного материала, рис. 7.4, а. По характеристике холостого хода определяют ток возбуждения, обеспечивающий номинальное напряжение в обмотке статора, степень насыщения сердечника якоря. Обычно рабочая точка А лежит на колене кривой (переходе в область магнитного насыщения).

Внешняя характеристика - зависимость напряжения генератора от тока нагрузки, $U = f(I_a)$ при $\cos \varphi = \text{const}$, $I_B = \text{const}$, $n = \text{const}$.

Вид внешней характеристики определяется характером нагрузки (активная, индуктивная, емкостная) и ее величиной. Результирующий магнитный поток в машине создается токами обеих обмоток - статора и ротора. Влияние МДС статора на МДС возбуждения зависит от нагрузки и в общем случае может быть намагничивающим (МДС обмоток совпадают по направлению), размагничивающим (МДС якоря направлена встречно МДС возбуждения) и искажающим (векторы МДС расположены под углом 90°). Внешние характеристики для активной - R и активно-индуктивной RL нагрузок приведены на рис. 7.4, б. Изменение напряжения определяется выражением

$$\Delta U_H = \frac{U_0 - U_H}{U_0} \cdot 100,$$

где U_0 - напряжение при холостом ходе.

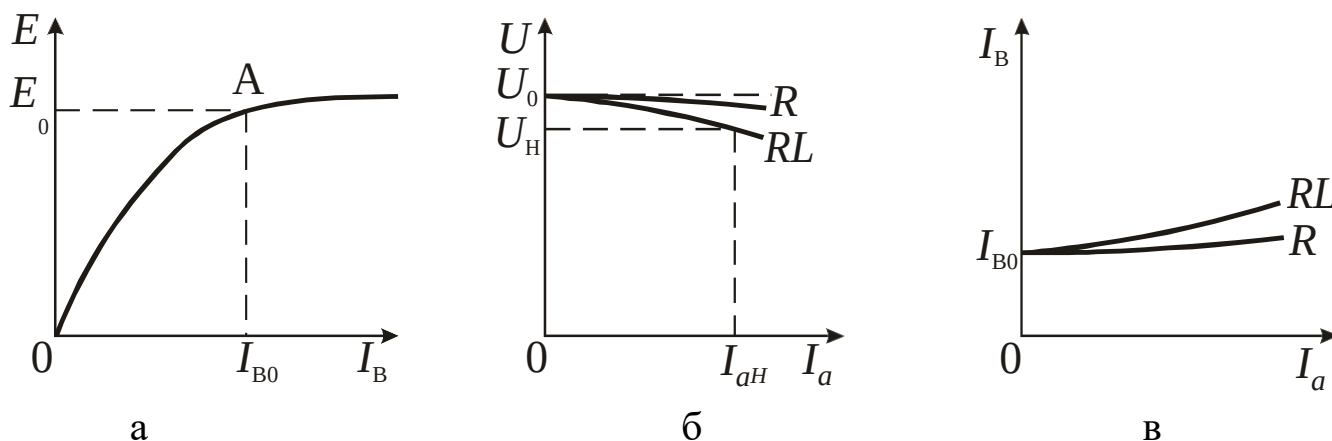


Рис. 7.4 - Характеристики холостого хода (а), внешняя (б), регулировочная (в)

Регулировочная характеристика определяет зависимость $I_B = f(I_a)$ при $\cos\varphi = \text{const}$, $U = \text{const}$, $n = \text{const}$. Эта характеристика показывает, как нужно регулировать ток возбуждения, чтобы при изменении нагрузки напряжение на зажимах генератора оставалась постоянной, рис. 7.4,в.

7.5. Синхронный двигатель

На рис. 7.5,а показана схема замещения фазы синхронного двигателя, а на рис. 7.5,б его векторная диаграмма. Согласно, второго закона Кирхгофа

$$\underline{U}_C = \underline{E}_0 + R_a \cdot \underline{I}_a + jX_{\text{син}} \cdot \underline{I}_a,$$

где U_C - фазное напряжение сети.

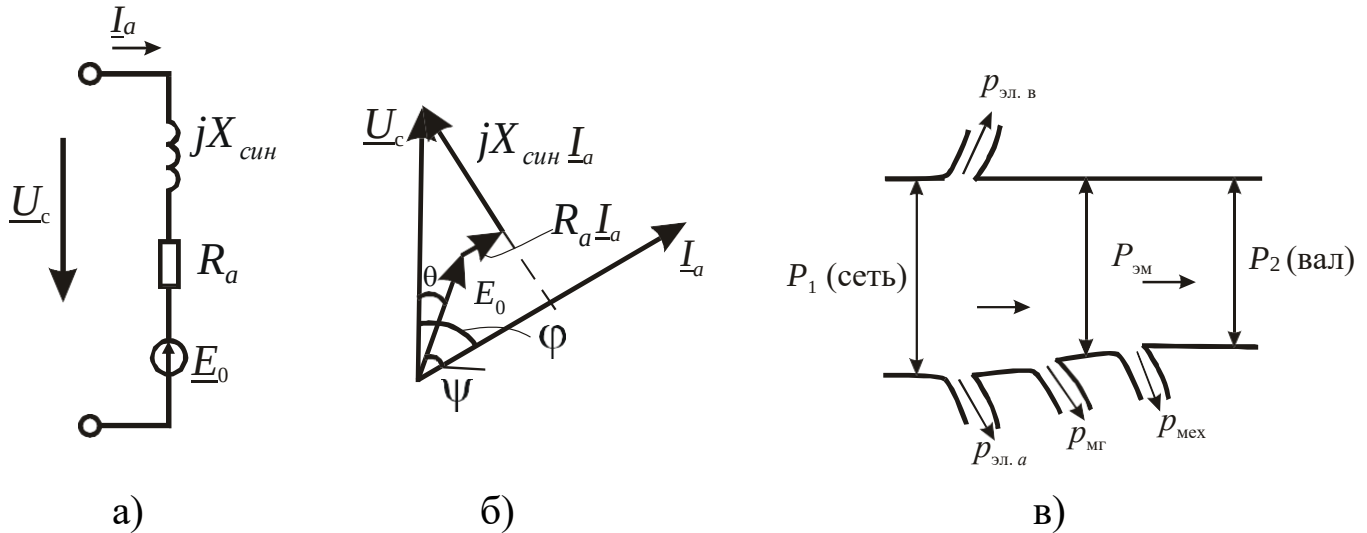


Рис. 7.5 – а) схема замещения; б) векторная диаграмма;
в) энергетическая диаграмма двигателя

Для осуществления пуска синхронного двигателя на роторе имеется пусковая короткозамкнутая обмотка (как и в асинхронном двигателе). Последовательность операций при пуске: обмотка возбуждения замыкается на разрядное сопротивление, величина которого приблизительно равна $R_a \approx 10 \cdot r_B$, (r_B - сопротивление обмотки возбуждения, в разомкнутой обмотке возбуждения будет индуцироваться большая ЭДС при разгоне ротора); обмотка статора подключается к трехфазной сети, создавая вращающееся магнитное поле; это поле индуцирует токи в пусковой обмотке и разгоняет ротор; при достижении скорости, близкой к синхронной, обмотку возбуждения отключают от разрядного сопротивления и подключают к источнику постоянного тока; появившийся ток возбуждения, создает магнитный поток ротора, который взаимодействует с вращающимся полем статора, и двигатель самостоятельно втягивается в синхронный режим работы.

Вопросы для самоконтроля

1. Расскажите, как устроены синхронные машины.
2. Для чего предназначена обмотка возбуждения и как ее можно запитать?
3. Работа синхронной машины в режиме генератора.
4. Работа синхронной машины в режиме двигателя.
5. Назовите основные характеристики синхронного генератора.
6. Какие величины связывает внешняя характеристика и чем определяется ее вид?
7. Что показывает регулировочная характеристика?
8. Объясните физическую сущность электромагнитного момента.
9. Какие потери энергии возникают в синхронной машине?
10. Расскажите последовательность операций при асинхронном пуске синхронного двигателя.

8. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрические машины постоянного тока применяют в качестве двигателей и генераторов, несмотря на преимущественное распространение электроэнергии переменного тока. Двигатели постоянного тока позволяют плавно регулировать скорость вращения в широких пределах и создают большой момент при пуске. Они применяются для привода различных механизмов (прокатные станы, транспортеры), в качестве тяговых на транспорте (электровозы, электропоезда, электромотоциклы), в грузоподъемных устройствах (краны, экскаваторы), на морских и речных судах и др. Двигатели небольшой мощности применяют в системах автоматики.

Генераторы постоянного тока ранее широко использовались для питания двигателей постоянного тока, для электроснабжения различных потребителей на автомобилях, самолетах, пассажирских вагонах, электровозах и др.

Недостаток машин постоянного тока - наличие щеточно-коллекторного узла, который требует тщательного ухода в эксплуатации и снижает надежность работы машины. Поэтому генераторы постоянного тока в стационарных установках вытесняются полупроводниковыми преобразователями, а на транспорте - синхронными генераторами, работающими совместно с выпрямителями.

8.1. Режимы работы машины постоянного тока

Электрическая машина постоянного тока может работать в режиме генератора, двигателя и электромагнитного тормоза.

Если к зажимам обмотки вращающегося якоря присоединить нагрузку, то под действием ЭДС якоря в цепи возникает ток. Машина будет работать в режиме генератора. Напряжение на его зажимах меньше ЭДС якоря на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении якоря

$$U = E_a - R_a \cdot I_a.$$

В результате взаимодействия тока якоря и поля возбуждения в машине создается электромагнитный момент. Этот момент будет тормозным по отношению к моменту первичного двигателя, вращающему якорь (ротор).

Если подать напряжение (от какого-нибудь источника) на зажимы

обмотки неподвижного якоря, то в цепи якоря начнет протекать ток. Взаимодействие этого тока с полем возбуждения приведет к появлению вращающего момента. Если этот момент больше тормозного момента на валу (вызванного трением в подшипниках, вентиляцией, нагрузкой), то ротор начнет раскручиваться и достигнет установившейся скорости. Машина будет работать в двигательном режиме. Приложенное к якорю напряжение будет больше ЭДС, индуцированной в обмотке якоря, на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении

$$U = E_a + R_a \cdot I_a.$$

Итак, одна и та же машина постоянного тока может работать как генератором, так и двигателем. Это есть подтверждение свойства обратимости электрических машин.

Если момент нагрузки (например, при подъеме груза) станет больше вращающего момента двигателя, то он сначала остановится, а затем начнет вращаться в обратном направлении. При этом ЭДС якоря изменит направление. Двигатель окажется в режиме электромагнитного тормоза. Теперь ток в цепи создается суммой прикладываемого напряжения и ЭДС якоря и может существенно возрасти.

$$U + E_a = R_a \cdot I_a.$$

Для перевода двигателя в режим электромагнитного тормоза нужно поменять полярность обмотки якоря. Изменяется направление момента, развиваемого машиной, и двигатель быстро затормаживается.

8.2. Преобразование энергии в генераторном и двигательном режимах

Работа машины постоянного тока сопровождается различного рода потерями энергии, вызывающими нагрев ее частей. Прежде всего в машине имеют место электрические потери во внутренних сопротивлениях якоря $p_{эл}$ (включая сопротивление щетка - коллектор), которые составляют около 50% всех потерь в машине при номинальном режиме. Эти потери пропорциональны квадрату тока якоря.

Далее имеют место потери магнитные в сердечнике якоря $p_{мг}$ (составляют 1...3% от P_H), механические потери от трения и вентиляции $p_{мех}$ (составляют менее 1...2% от P_H), электрические потери в цепи возбуждения $p_{эл.в}$ (составляют 0,5...7% от P_H). Все перечисленные потери (кроме потерь в обмотке якоря) практически не зависят от нагрузки.

Энергетические диаграммы для генератора и двигателя приведены на рис. 8.1.

КПД машин постоянного тока зависит от мощности и изменяется в пределах (70...96)%.

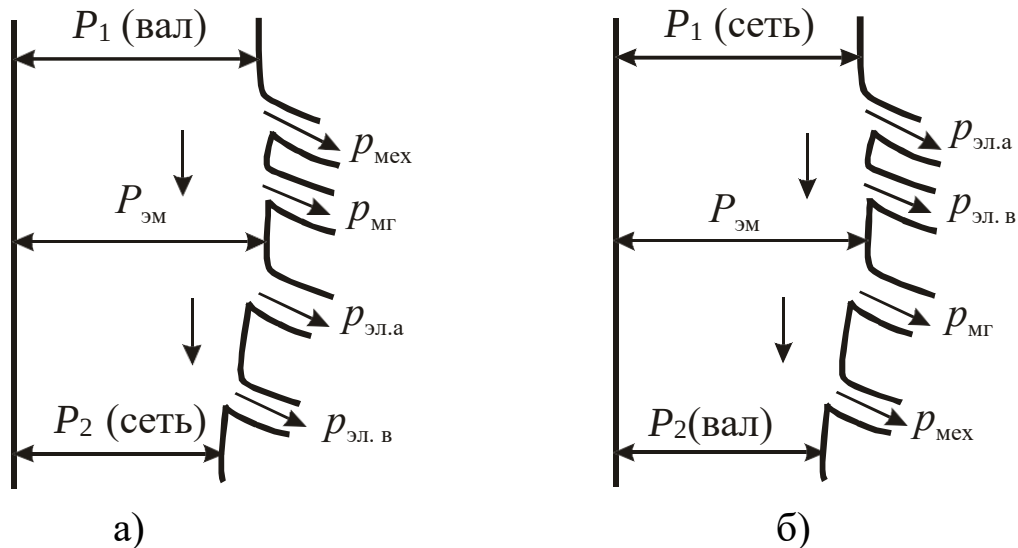


Рис. 8.1 - Энергетические диаграммы генератора (а), двигателя (б)

8.3. ЭДС якоря, момент и способы возбуждения машин постоянного тока

ЭДС якоря машины постоянного тока пропорциональна частоте вращения якоря и магнитному потоку полюса

$$E_a = c_e \cdot n \cdot \Phi,$$

где $c_e = \frac{p \cdot N}{a}$ - постоянная машины по ЭДС; p - число пар полюсов; N - число проводников обмотки якоря; a - число пар параллельных ветвей обмотки якоря.

Это выражение справедливо как для генератора, так и для двигателя.

Электромагнитный момент машины пропорционален току якоря и результирующему магнитному потоку полюса

$$M = c_M \cdot I_a \cdot \Phi,$$

где $c_M = \frac{p \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a}$ - постоянная машины по моменту.

Цепь возбуждения и цепь якоря по отношению к сети могут быть

включены независимо одна от другой, параллельно и последовательно. В соответствии с этим различают генераторы и двигатели независимого, параллельного, последовательного и смешанного возбуждения.

В машинах независимого возбуждения цепь возбуждения включают на напряжение постороннего источника (выпрямитель, аккумулятор и т. д.), рис. 8.2, а. В машинах малой мощности (до 500 Вт) поток возбуждения может создаваться постоянными магнитами.

В машинах параллельного возбуждения обмотку возбуждения включают параллельно цепи обмотки якоря, рис. 8.2, б. В этом случае обмотка возбуждения выполняется из большого числа витков тонкого провода. Ток возбуждения составляет (1...5)% от номинального тока якоря.

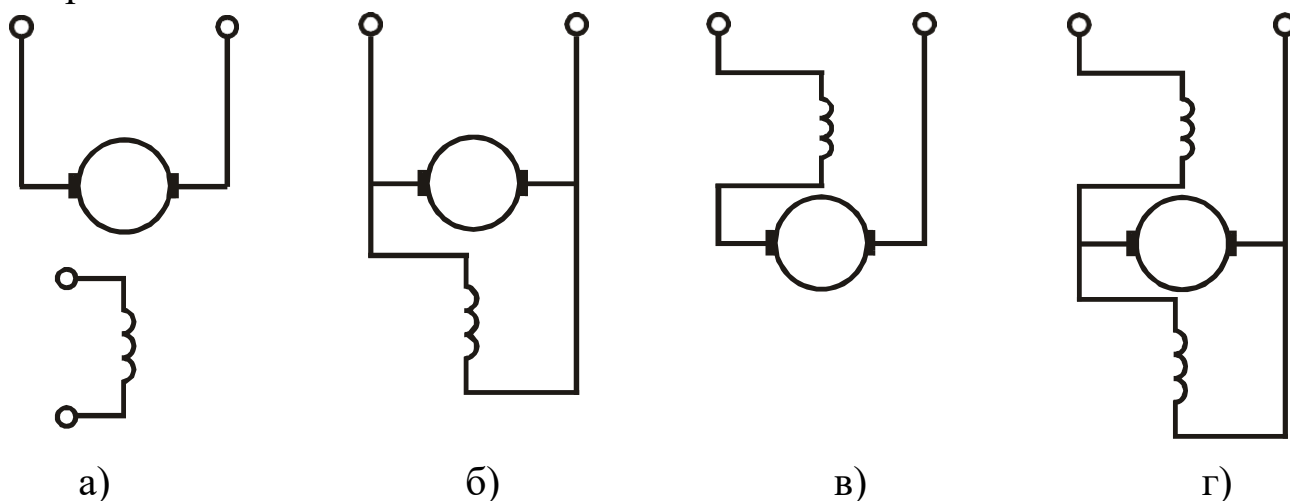


Рис. 8.2 - Способы возбуждения машин постоянного тока:

а – независимое, б – параллельное, в – последовательное, г - смешанное

В машинах последовательного возбуждения обмотка возбуждения соединена с якорем последовательно, рис. 8.2, в, поэтому она рассчитана на полный ток якоря. Число витков катушек возбуждения невелико, их выполняют из провода большого сечения.

В машинах смешанного возбуждения на основных полюсах имеется по две катушки: одна принадлежит параллельной обмотке возбуждения, другая - последовательной.

Схема возбуждения магнитного поля машины определяет особенности ее работы.

8.4. Общие вопросы двигателей постоянного тока

Для работы электродвигателя необходимо создать в нем магнитные потоки полюсов и пропускать ток через обмотку якоря. Это достигается подключением двигателя по соответствующей схеме к источнику питания и пуском его в ход.

При пуске двигатель разгоняется до определенной рабочей скорости вращения. Длительность пуска изменяется от долей до нескольких секунд. В момент пуска в цепи якоря двигателя может возникнуть большой пусковой ток. Различают несколько способов пуска: прямой, реостатный и при пониженном напряжении.

Прямым способом (обмотка якоря включается на полное напряжение источника) пускают в ход только двигатели малой мощности (до 1 кВт). При этом пусковой ток не должен превышать $I_{\text{п}} = (4 \dots 6) I_{\text{ан}}$.

При реостатном способе пуска в цепь якоря для ограничения пускового тока вводят добавочное сопротивление (вручную или автоматически). Величину его подбирают такой, чтобы пусковой ток не превышал $(2 \dots 2,5) I_{\text{ан}}$. По мере разгона ротора двигателя добавочное сопротивление выводят. Такой пуск является самым распространённым.

Ограничение пускового тока также достигается при пуске от пониженного напряжения, подводимого к обмотке якоря от источника с регулируемым напряжением (управляемый выпрямитель, отдельный генератор постоянного тока).

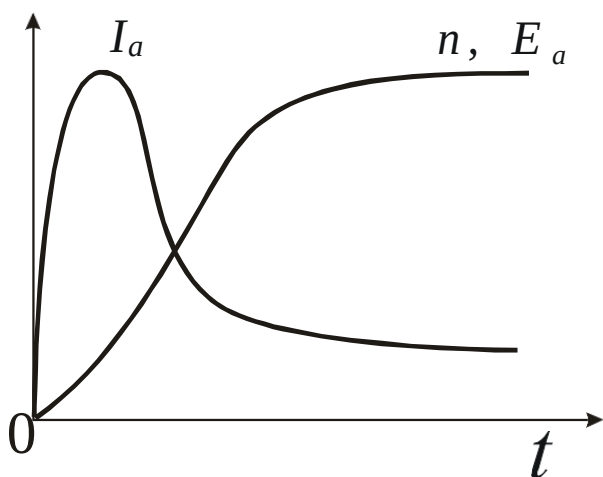


Рис. 8.3 - Пусковые характеристики двигателя

Кривые изменения тока якоря, частоты вращения и ЭДС якоря во времени показаны на рис. 8.3.

Зависимость скорости вращения от момента двигателя при постоянном напряжении и сопротивлении цепи якоря - называется механической характеристикой, $\Omega = f(M)$ или $n = f(M)$. Уравнение механической характеристики имеет вид

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a + R_{\text{доб}} \cdot M}{c^2 \cdot \Phi^2},$$

где

$$c = c_e = c_M = \frac{p \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a},$$

где $R_{\text{доб}}$ – сопротивление вводимого реостата.

Для построения зависимости $n = f(M)$ пользуются выражением

$$n = \frac{U}{c_e \cdot \Phi} - \frac{(R_a + R_{\text{доб}}) \cdot M}{c_e \cdot c_M \cdot \Phi^2}.$$

Механические характеристики двигателей существенно зависят от способа возбуждения. В двигателях параллельного и независимого возбуждения поток практически постоянный (от нагрузки не зависит), в двигателях последовательного и смешанного возбуждения он зависит от нагрузки на валу. Поэтому в первом случае механическая характеристика представляется уравнением прямой, а во втором - кривой гиперболического вида, рис. 8.4.

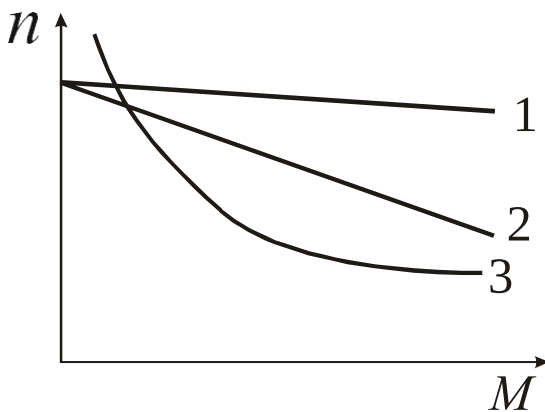


Рис. 8.4 - Механические характеристики двигателей:

- 1 - параллельное возбуждение;
- 2 - смешанное возбуждение;
- 3 - последовательное возбуждение

Из уравнения механической характеристики видны основные способы регулирования скорости вращения: изменением потока возбуждения, введением сопротивления в цепь якоря, изменением питающего напряжения.

Пример

Двигатель параллельного возбуждения питается от сети постоянного тока с напряжением $U_H = 220$ В. Данные двигателя: номинальная мощность $P_H = 75$ кВт; частота вращения при номинальной нагрузке $n_H = 1000$ об/мин; коэффициент полезного действия $\eta_H = 0,90$; число полюсов $2p = 4$. Ток возбуждения принять равным $I_B = 5\%$ от тока двигателя при номинальной нагрузке. Потери в обмотке якоря принять равными 50% от всех потерь двигателя.

Выполнить следующие задания:

1. Начертить принципиальную электрическую схему включения двигателя с параллельным возбуждением.
2. Рассчитать механическую характеристику двигателя.
3. Определить пусковые значения тока и момента. Вычислить сопротивление одноступенчатого пускового реостата.
4. Построить механические характеристики $n = f(M)$ при отсутствии добавочного сопротивления в цепи якоря (естественная характеристика) и при введении сопротивления пускового реостата (искусственная характеристика). Графические зависимости построить в одних осях координат.

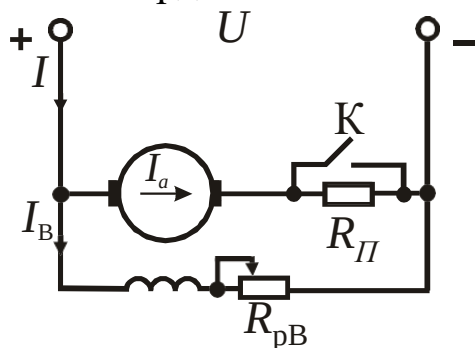


Рис. 8.5

Схема включения двигателя показана на рис. 8.5.

Известно, что механическая характеристика двигателя параллельного возбуждения линейна. Следовательно, её можно построить по двум точкам. Удобно взять точку идеального холостого хода, когда $n = n_0$ и $M = 0$, и точку при номинальной нагрузке, когда $n = n_H$ и $M = M_H$. Неизвестными являются частота вращения при холостом ходе и номинальный момент.

Частоту вращения определяем из выражения

$$n_0 = \frac{U_H}{U_H - R_a \cdot I_{aH}} \cdot n_H,$$

где R_a – активное сопротивление цепи якоря; I_{aH} – ток в якоря при номинальной нагрузке.

Величину сопротивления R_a определяют косвенным путём, считая, что 50% всех потерь в двигателе составляют потери электрические в обмотке якоря. Тогда

$$R_a = \frac{P_{1H} - P_H}{I_{aH}^2} \cdot 0,5,$$

где P_{1H} – мощность, потребляемая двигателем из сети при номинальной нагрузке на валу, $P_{1H} = \frac{P_H}{\eta_H}$.

Номинальный ток двигателя (полный ток, потребляемый из сети)

$$I_H = \frac{P_{1H}}{U_H}.$$

Подставляем числовые значения

$$P_{1H} = \frac{P_H}{\eta_H} = \frac{75}{0,9} = 83,3 \text{ кВт}$$

$$I_H = \frac{83,3 \cdot 10^3}{220} = 378,8 \text{ А}$$

$$I_{aH} = I_H - I_B.$$

По условию $I_B = 0,05 \cdot I_H = 18,9 \text{ А}$, тогда

$$I_{aH} = 378,8 - 0,05 \cdot 378,8 = 359,9 \text{ А}.$$

Сопротивление якорной цепи

$$R_a = \frac{83,3 \cdot 10^3 - 75 \cdot 10^3}{359,9^2} \cdot 0,5 = 0,032 \text{ Ом}.$$

Частота вращения при холостом ходе

$$n_0 = \frac{220}{220 - 0,032 \cdot 359,9} \cdot 1000 = 1055 \text{ об/мин}.$$

Координаты первой точки характеристики $n_0 = 1055 \text{ об/мин}$; $M = 0$.

Для определения координат второй точки ($n = n_H$ и $M = M_H$) находим момент при номинальной нагрузке

$$M_H = 9,55 \cdot \frac{P_H}{n_H} = 9,55 \cdot \frac{75 \cdot 10^3}{1000} = 716,25 \text{ Н·м}.$$

Координаты второй точки $n_H = 1000 \text{ об/мин}$; $M = 716,25 \text{ Н·м}$.

Определяем сопротивление пускового реостата. Сопротивление R_{Π} выбирают с таким расчётом, чтобы пусковой ток I_{Π} и пусковой момент M_{Π} находились в пределах

$$I_{\Pi} = (1,5 \dots 2,5) \cdot I_{aH},$$

$$M_{\Pi} = (1,5 \dots 2,5) \cdot M_H.$$

Большие значения тока относятся к двигателям малой мощности.

Сопротивление пускового реостата выбирают по формуле

$$R_{\Pi} = \frac{U_H}{I_{aH}} \cdot \frac{M_H}{M_{\Pi}} - R_a.$$

Принимаем $M_{\Pi} = 2 \cdot M_H = 2 \cdot 716,25 = 1432 \text{ Н·м}$.

$$R_{\Pi} = \frac{220}{359,9} \cdot 0,5 - 0,032 = 0,274 \text{ Ом.}$$

Пусковой ток в якоре

$$I_{\Pi} = \frac{U_H}{R_{\Pi} + R_a} = \frac{220}{0,274 + 0,032} = 719 \text{ А.}$$

Кратность пускового тока

$$k_{\Pi} = \frac{I_{\Pi}}{I_{aH}} = \frac{719}{359,9} = 2.$$

Координаты точек механической характеристики при пуске
 $n_0 = 1055 \text{ об/мин; } M = 0; n = 0 \text{ об/мин; } M_{\Pi} = 1432 \text{ Н·м.}$

По результатам вычислений строим механические характеристики двигателя. Примерный вид характеристик показан на рис. 8.6.

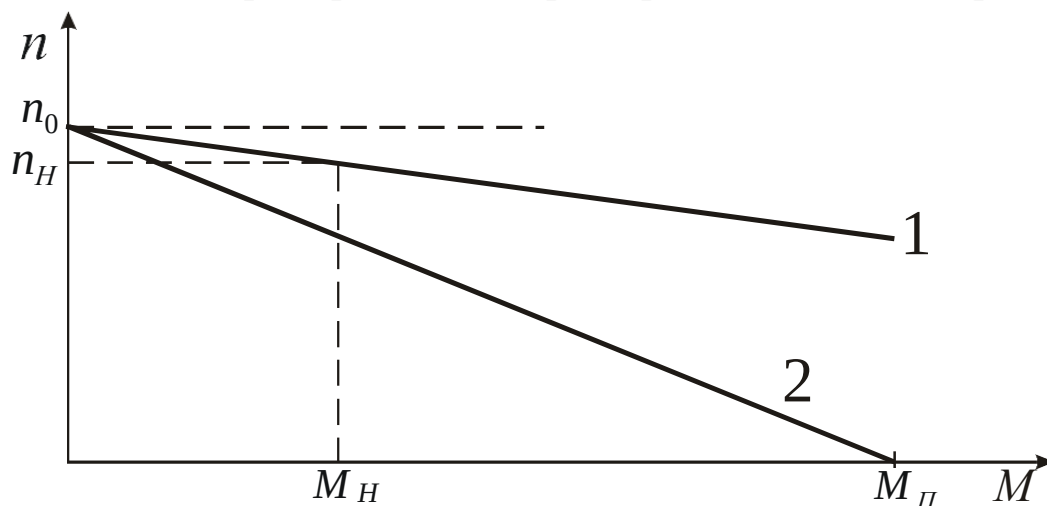


Рис. 8.6 - Механические характеристики двигателя:
 1 – естественная, 2 – искусственная

8.5. Варианты контрольных заданий для задачи №9

Условие задачи и содержание работы смотреть в предыдущем примере.

Таблица 8.1 - Номинальные данные двигателей

№ варианта	P_H кВт	n_H об/мин	η	$2p$
1	2	3	4	5
1	0,37	1500	0,71	2
2	0,55	1500	0,74	2
3	0,75	1500	0,75	2
4	0,37	1000	0,71	2
5	1,1	1500	0,76	2
6	0,55	1000	0,74	2
7	0,37	750	0,71	2
8	1,5	1500	0,77	4
9	0,75	1000	0,75	4
10	0,55	750	0,74	4
11	2,2	1500	0,78	4
12	1,1	1000	0,76	4
13	0,75	750	0,75	4
14	4	1500	0,81	4
15	1,5	1000	0,77	4
16	1,1	750	0,76	4
17	5,5	1500	0,82	4
18	2,2	1000	0,78	4
19	1,5	750	0,77	4
20	7,5	1500	0,83	4
21	4	1000	0,81	4
22	2,2	750	0,78	4
23	11	1500	0,84	4
24	5,5	1000	0,82	4
25	4	750	0,81	4
26	15	1500	0,85	4
27	7,5	1000	0,83	4
28	5,5	750	0,82	4
29	19	1500	0,86	4

Продолжение таблицы 8.1

1	2	3	4	5
30	11	1000	0,84	4
31	8	750	0,83	4
32	25	1500	0,86	4
33	14	1000	0,85	4
34	11	750	0,84	4
35	32	1500	0,87	4
36	19	1000	0,86	4
37	14	750	0,85	4
38	42	1500	0,88	4
39	25	1000	0,86	4
40	19	750	0,86	4
41	55	1500	0,88	4
42	32	1000	0,87	4
43	25	750	0,86	4
44	15	1500	0,89	4
45	42	1000	0,88	4
46	32	750	0,87	4
47	100	1500	0,9	4
48	55	1000	0,88	4
49	125	1500	0,9	4
50	75	1000	0,89	4

Вопросы для самоконтроля

1. Расскажите о конструкции машин постоянного тока.
2. Какую роль играет коллектор в машинах постоянного тока?
3. Перечислите способы возбуждения машин постоянного тока.
4. От чего зависит величина ЭДС, которая индуцируется в обмотке якоря?
5. Объясните генераторный и двигательный режимы работы.
6. От чего зависит величина электромагнитного момента машины постоянного тока?
7. Покажите механические характеристики двигателей с различным видом возбуждения.
8. Перечислите способы пуска двигателей постоянного тока.
9. Какую роль играет пусковой реостат в цепи якоря двигателя?
10. Перечислите основные способы регулирования частоты вращения двигателей постоянного тока?
11. Назовите основные достоинства и недостатки двигателей постоянного тока?

9. ВЫБОР ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

Выбор электродвигателя осуществляется по роду тока и напряжению, конструктивному исполнению, мощности и режимам работы. Наиболее простыми в эксплуатации и надежными в работе являются асинхронные двигатели, применяемые для электроприводов промышленных рабочих механизмов. Однако такие двигатели не могут обеспечить достаточный диапазон регулирования частоты вращения.

Синхронные двигатели применяются для рабочих механизмов с продолжительным режимом работы, не требующих частых пусков и регулирования частоты вращения.

Двигатели постоянного тока применяются реже и в тех случаях, когда двигатели переменного тока не обеспечивают необходимых характеристик рабочего механизма (обычно при регулировании частоты вращения в широких пределах).

Выбор по конструктивному исполнению учитывает условия эксплуатации электропривода, под которыми следует понимать воздействие климатических факторов окружающей среды, способ охлаждения и особенности монтажа двигателя. Различают несколько типов конструкции двигателей: открытого, защищенного, закрытого. В сырых помещениях применяются защищенные двигатели со специальной влагостойкой изоляцией. Во взрывоопасных помещениях, содержащих горючие пары или газы, устанавливаются взрывозащищенные двигатели.

Правильный выбор мощности двигателя для привода должен удовлетворять требованиям экономичности, производительности и надежности рабочего механизма. Установка двигателя большей мощности, чем это необходимо по условиям привода, вызывает излишние потери энергии, увеличение габаритов двигателя и требует дополнительные капиталовложения. Установка двигателя недостаточной мощности снижает производительность рабочей машины и делает ее работу ненадежной, а сам двигатель в подобных условиях может легко выйти из строя.

Двигатель должен быть выбран так, чтобы его мощность использовалась, возможно, полнее. Во время работы двигатель должен нагреваться до предельно допустимой температуры, но не выше ее. Кроме того, двигатель должен нормально работать при возможных временных перегрузках и развивать пусковой момент, требуемый для данного рабочего механизма. Мощность двигателя выбирается в большинстве

случаев на основании условий нагрева, а затем осуществляется проверка соответствия перегрузочной способности двигателя условиям пуска машины и временным перегрузкам.

Нагрев электродвигателя определяется режимом его работы, т. е. соотношением длительности периодов работы и пауз между ними, частотой включения двигателя. В зависимости от времени включения двигателя, соотношения продолжительности работы и пауз, а также от характера изменения нагрузки различают три режима работы электродвигателей: продолжительный, кратковременный, повторно-кратковременный.

Продолжительный режим работы (условное обозначение S1) – это режим работы такой длительности, когда при практически неизменной нагрузке и температуре окружающей среды двигатель нагревается до установившегося значения. В таком режиме работают электроприводы компрессоров, вентиляторов, дымососов, конвейеров непрерывного транспорта и т. д.

Кратковременный режим (условное обозначение S2) – это режим работы, при котором периоды нагрузки чередуются с периодами отключения (пауз) двигателя. При этом за время работы температура частей двигателя не успевает достигнуть установившегося значения, а за время пауз двигатель охлаждается до температуры окружающей среды.

Повторно-кратковременный режим (условное обозначение S3, S4, S5) – это такой режим работы, при котором периоды работы чередуются с паузами, причем ни в один из периодов работы температура двигателя не достигает установившегося значения, а во время снятия нагрузки двигатель не успевает охладиться до температуры окружающей среды. Двигатели, выпускаемые промышленностью для такого режима работы, характеризуются продолжительностью включения (ПВ), которая устанавливается по продолжительности одного цикла работы

$$\text{ПВ} = \frac{t_p}{t_p + t_n} \cdot 100, (\%),$$

где t_p – время работы двигателя; t_n – время паузы.

ПВ стандартизованы и составляют 15, 25, 40, 60, 100 %. Значение ПВ указывается на паспорте двигателя. К механизмам с повторно-кратковременным режимом работы можно отнести металлообрабаты-

вающие и деревообрабатывающие станки, краны, прокатные станы и т. д.

9.1. Расчет мощности и выбор двигателя для продолжительного режима работы

При постоянной или мало изменяющейся нагрузке на валу мощность двигателя должна быть равна мощности нагрузки. При этом должно удовлетворяться условие $P_n \geq P$, где P_n - номинальная мощность двигателя; P - мощность нагрузки. Выбор двигателя сводится к выбору его по каталогу.

Для некоторых производственных механизмов, работающих в продолжительном режиме с постоянным моментом сопротивления на валу, имеются приближенные формулы для определения мощности двигателей.

Для вентилятора

$$P = \frac{k \cdot Q \cdot H}{\eta_v \cdot \eta_n} \cdot 10^{-3} (\text{кВт}),$$

где Q - производительность вентилятора, м³/с; H - напор, Н/м²; k - коэффициент запаса (1,1 – 2,0; чем больше мощность, тем меньше k); η_v , η_n - КПД вентилятора и передаточного механизма.

Для насоса

$$P = \frac{k \cdot Q \cdot H \cdot \gamma}{\eta_n \cdot \eta_n} \cdot 10^{-3} (\text{кВт}),$$

где Q - производительность насоса, м³/с; H - напор, Н/м²; k - коэффициент запаса (1,1 - 1,2; чем больше мощность, тем меньше k); γ - удельный вес перекачиваемой жидкости; η_n , η_n - соответственно КПД насоса и передаточного механизма.

Для ленточного конвейера

$$P = \frac{v \cdot f \cdot l}{367 \cdot \eta_n} (\text{кВт}),$$

где v - скорость движения, м/мин; f - коэффициент трения; l - рабочая длина, м; η_n - КПД передачи.

9.2. Расчет мощности и выбор двигателя для кратковременной нагрузки

Двигатели для кратковременного режима работы электропривода выбирают по номинальной мощности, которая должна быть равна мощности нагрузки с учетом длительности работы. Стандартные допустимые значения двигателей, выпускаемых промышленностью для кратковременной работы, составляют 10, 30, 60, 90 мин. При отсутствии двигателей кратковременного режима работы можно устанавливать двигатели повторно-кратковременного режима. При этом длительность работы 30 мин соответствует ПВ = 15%, 60 мин соответствует ПВ = 25%, а 90 мин соответствует ПВ = 40%. В крайнем случае возможно применение двигателей для продолжительного режима работы с $P_n < P$ и последующей их проверкой на тепловой режим.

9.3. Расчет мощности и выбор двигателя для повторно-кратковременного режима

Для электропривода, работающего в повторно-кратковременном режиме, мощность двигателя рассчитывают методом средних потерь или эквивалентных величин. Первый метод более точный, но более трудоемкий. Удобнее пользоваться методом эквивалентных величин. В зависимости от заданного графика нагрузки $P = f(t)$, $M = f(t)$, $I = f(t)$ определяют среднеквадратичные величины, которые называют эквивалентными.

Эквивалентная мощность представляет собой среднеквадратичную мощность нагрузочной диаграммы

$$P_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1 + P_2^2 \cdot t_2 + \dots + P_k^2 \cdot t_k}{t_1 + t_2 + \dots + t_k}},$$

где $t_1, t_2, \dots, t_k$ - промежутки времени, в которые мощность нагрузки соответственно равна $P_1, P_2, \dots, P_k$. По каталогу для полученных значений $P_{\text{ЭКВ}}$ и ПВ выбирают номинальную мощность двигателя из условия $P_n \geq P_{\text{ЭКВ}}$.

Эквивалентный момент

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + \dots + M_k^2 \cdot t_k}{t_1 + t_2 + \dots + t_k}}.$$

Эквивалентную мощность определяют по выражению

$$P_{\text{ЭКВ}} = M_{\text{ЭКВ}} \cdot n / 9550 \text{ (кВт)}.$$

Эквивалентный по нагреву ток

$$I_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + \dots + I_k^2 \cdot t_k}{t_1 + t_2 + \dots + t_k}}.$$

Мощность двигателя определяют по выражениям

$$P_{\text{ЭКВ}} = U_{\text{н}} \cdot I_{\text{ЭКВ}} - \text{для двигателя постоянного тока};$$

$$P_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{3} U_{\text{н}} \cdot I_{\text{ЭКВ}} \cdot \cos \varphi - \text{для двигателя переменного тока}.$$

Расчетное значение $PВ_p$ часто отличается от стандартных значений, поэтому либо округляют полученное значение $PВ_p$ до ближайшего стандартного, либо пересчитывают эквивалентную мощность по формуле

$$P = P_{\text{ЭКВ}} \sqrt{\frac{PВ_p}{PВ}}.$$

При работе наблюдаются кратковременные перегрузки, превышающие номинальную мощность двигателя. Они не оказывают существенного влияния на нагрев двигателей, но могут привести к неустойчивой работе или остановке. Поэтому двигатель необходимо проверять на нагрузочную способность по выражению

$$P_{\text{м}} / P_{\text{н}} \leq 0.8 M_{\text{м}} / M_{\text{н}},$$

где $P_{\text{м}}$ - наибольшая мощность в нагрузочной диаграмме; $M_{\text{м}} / M_{\text{н}}$ - кратность максимального момента определяют по каталогу; коэффициент 0,8 (k_u) учитывает возможное снижение напряжения в сети на 20 %. Если это условие не выполняется, то следует выбрать по каталогу двигатель большей мощности и вновь проверить его на перегрузочную способность.

Пример 1

Подобрать двигатель для вентилятора производительностью $Q = 10 \text{ м}^3/\text{с}$, напор которого составляет $H = 100 \text{ Н/м}^2$ при температуре окружающей среды 40° . КПД вентилятора равен $\eta_v = 75 \%$, передаточного механизма $\eta_{\text{п}} = 95\%$. Синхронная частота вращения равна $n_1 = 1500 \text{ об/мин}$.

Мощность двигателя определяется по формуле

$$P_{дв} = \frac{Q \cdot H}{\eta_{\epsilon} \cdot \eta_n} \cdot 10^{-3} = \frac{(10^{-3} \cdot 10 \cdot 100)}{(0,75 \cdot 0,95)} = 1,4 \text{ кВт.}$$

Учитывая коэффициент запаса $k = 1,5$ (мощность двигателя до 2 кВт), получаем

$$P = k \cdot P_{дв} = 1,5 \cdot 1,4 = 2,1 \text{ кВт.}$$

По каталогу выбираем асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором серии RA100LA4. Технические данные: номинальная мощность $P_n = 2,2$ кВт; частота вращения при номинальной нагрузке $n_n = 1420$ об/мин; КПД $\eta_n = 79\%$; $\cos\varphi_n = 0,82$; кратность пускового тока $I_n/I_n = 6,0$; кратность максимального момента $M_m/M_n = 2,6$; кратность пускового момента $M_n/M_n = 2,2$.

Пример 2

Выбрать асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором для привода механизма, работающего с продолжительной переменной нагрузкой, заданной нагрузочной диаграммой $P = f(t)$, рис. 9.1. Синхронная частота вращения 1500 об/мин.

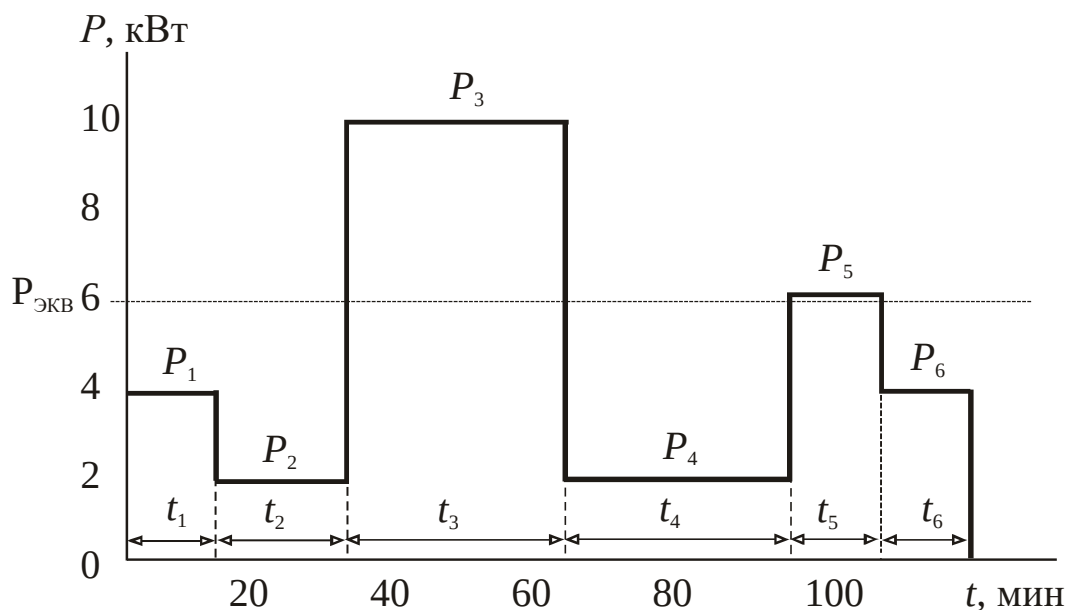


Рис. 9.1 - Нагрузочная диаграмма двигателя для продолжительной переменной нагрузки $P = f(t)$

Эквивалентную мощность двигателя находим по формуле

$$P_{ЭКВ} = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1 + P_2^2 \cdot t_2 + P_3^2 \cdot t_3 + P_4^2 \cdot t_4 + P_5^2 \cdot t_5 + P_6^2 \cdot t_{61}}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4^2 \cdot 15 + 2^2 \cdot 20 + 10^2 \cdot 30 + 2^2 \cdot 30 + 6^2 \cdot 10 + 4^2 \cdot 10}{15 + 20 + 30 + 30 + 10 + 10}} = 5,87 \text{ кВт.}$$

По каталогу выбираем асинхронный двигатель серии RA132S4 с номинальной мощностью $P_n = 7.5$ кВт. Частота вращения при номинальной нагрузке $n_n = 1455$ об/мин, кратность максимального момента $M_m/M_n = 3,2$.

Проверяем двигатель на перегрузочную способность. Из нагрузочной диаграммы следует, что $P_m = 10$ кВт, тогда по условию

$$P_m/P_n \leq 0,8 M_m/M_n, \text{ имеем}$$

$$10/7,5 \leq 0,8 \cdot 3,2 = 1,33 \leq 2,56.$$

Условие выполняется, следовательно, двигатель выдержит возникающие перегрузки.

Пример 3

Определить необходимую мощность асинхронного двигателя для привода механизма, работающего в повторно-кратковременном режиме. Нагрузочный момент задан диаграммой $M = f(t)$, рис. 9.2. Частота вращения двигателя 970 об/мин.

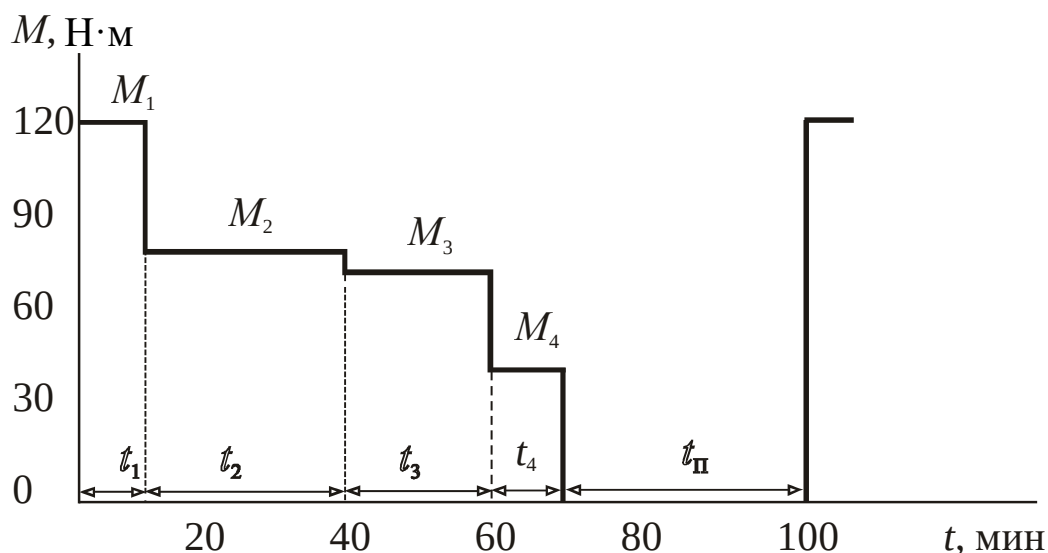


Рис. 9.2 - Нагрузочная диаграмма двигателя для повторно-кратковременной нагрузки $M = f(t)$

Определяем эквивалентный рабочий момент

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + \dots + M_k^2 \cdot t_k}{t_1 + t_2 + \dots + t_k}} =$$

$$= \sqrt{\frac{120^2 \cdot 10 + 80^2 \cdot 30 + 70^2 \cdot 20 + 50^2 \cdot 10}{10 + 30 + 20 + 10}} = 80,98 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Находим продолжительность включения

$$\text{ПВ}_p = \frac{t_p}{t_p + t_n} \cdot 100 = \frac{10 + 30 + 20 + 10}{10 + 30 + 20 + 10 + 30} \cdot 100 = 70\%.$$

Эквивалентную расчетную мощность вычисляем по формуле

$$P_{\text{ЭКВ}} = M_{\text{ЭКВ}} \cdot n / 9550 = 80,98 \cdot 970 / 9550 = 8,22 \text{ кВт}.$$

Поскольку рассчитанная ПВ отличается от стандартной, пересчитываем мощность

$$P = P_{\text{ЭКВ}} \cdot \sqrt{\frac{\text{ПВ}_p}{\text{ПВ}}} = 8,22 \cdot \sqrt{\frac{70}{60}} = 8,88 \text{ кВт}.$$

По каталогу выбираем асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором серии АИР160S6 номинальной мощностью 11 кВт. Частота вращения $n_n = 970$ об/мин; перегрузочная способность $M_m/M_n = 2,7$.

9.4. Варианты контрольных заданий для задачи № 10

Условие задачи № 10

Производственный механизм работает с продолжительной переменной нагрузкой (варианты 1 – 25). В таблице 9.1 приведены нагрузочные диаграммы работы механизма и синхронная частота вращения n_1 . Требуется построить нагрузочную диаграмму $P(t)$, выбрать по каталогу асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором. Провести проверку двигателя по перегрузочной способности.

Другой производственный механизм работает с повторно-кратковременной нагрузкой (варианты 26 – 50), таблица 9.1. Для этого механизма построить нагрузочную диаграмму $M(t)$, выбрать по каталогу асинхронный короткозамкнутый двигатель и проверить его по перегрузочной способности.

Для всех заданных вариантов коэффициент, учитывающий возможное снижение напряжения, принять равным $k_u = 0,85$.

Нарисовать схему управления 3^хфазным асинхронным двигателем и описать ее работу.

Таблица 9.1

№ вар.	P , кВт						t , с						n_1 , об/мин
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	15	25	0	30	5	10	50	10	30	10	75	60	1000
2	14	8	0	25	10	10	4	2	40	7	3	15	1500
3	25	10	35	8	5	10	2	2	1	1	2	3	1500
4	5	20	30	0	4	8	3	2	3	1	4	3	1500
5	25	10	35	8	5	10	20	10	30	30	45	30	1000
6	8	4	6	20	10	6	30	40	10	10	15	20	1000
7	25	10	35	8	5	10	15	15	20	20	10	10	1500
8	10	25	50	8	4	15	25	10	5	5	10	15	1000
9	13	8	0	30	5	10	30	30	20	20	10	15	1000
10	8	4	6	20	10	6	25	10	15	15	20	20	1000
11	4	4	0	8	6	2	10	10	20	20	15	15	1500
12	6	5	0	8	6	4	20	5	10	10	20	20	1500
13	15	25	0	30	5	10	30	30	25	25	5	5	1000
14	5	20	30	0	4	8	50	10	30	10	45	50	1000
15	18	30	0	25	10	10	35	20	40	40	30	30	1000
16	6	5	0	8	6	4	30	25	25	20	15	15	1000
17	10	25	50	8	4	15	5	5	3	8	8	10	1500
18	10	8	0	15	10	8	8	8	6	6	5	3	1500
19	8	4	6	20	10	6	10	12	12	15	15	20	1500
20	10	25	25	30	30	25	15	15	20	20	35	35	1500
21	5	0	8	6	2	4	20	20	10	10	25	10	1000
22	4	4	0	8	6	4	25	10	15	15	30	35	1500
23	8	4	6	20	10	6	15	20	30	40	30	30	1000
24	5	20	30	0	4	8	35	35	20	20	15	15	1000
25	10	8	25	15	4	30	35	35	20	20	15	15	1000

Продолжение таблицы 9.1

№ вар.	$M, \text{Н} \cdot \text{м}$			$t, \text{с}$			$t_p, \text{с}$	$n_1,$ об/мин
26	80	40	60	10	5	20	25	1500
27	120	100	95	10	10	15	55	1000
28	50	20	30	10	15	10	5	1000
29	150	125	145	10	20	10	60	1000
30	150	130	160	10	25	20	35	1500
31	40	30	10	5	15	20	10	1000
32	40	25	20	5	15	15	5	1500
33	30	15	25	5	20	10	25	1000
34	20	15	10	5	10	5	60	1000
35	180	140	150	5	15	15	25	1500
36	30	20	10	15	10	20	5	1500
37	30	40	60	15	5	15	5	1500
38	30	45	20	15	10	10	5	1500
39	30	50	30	15	15	10	10	1000
40	200	180	170	15	20	5	60	1000
41	220	230	215	10	15	10	25	1000
42	20	15	25	10	10	15	5	1000
43	20	45	40	10	5	10	75	1000
44	25	20	15	10	15	15	60	1000
45	20	25	15	10	10	5	20	1500
46	25	50	40	15	15	20	5	1500
47	25	20	10	15	15	5	25	1000
48	20	35	10	15	15	10	30	1000
49	25	40	10	15	15	15	5	1000
50	25	15	10	15	10	20	5	1000

Вопросы для самоконтроля

1. Какое влияние оказывает нагрузка двигателей на его нагрев?
2. Перечислите требования, предъявляемые к двигателю при его выборе?
3. Назовите режимы работы двигателей (электропривода).
4. Как выбирается мощность двигателя, работающего при постоянной нагрузке?
5. Изобразите нагрузочную диаграмму $M f(t)$ при работе двигателя в повторно-кратковременном режиме.
6. Расскажите, в чем заключается сущность метода эквивалентных величин.
7. Для чего выбранный двигатель по мощности проверяется на перегрузку?
8. Чем характеризуется кратковременный режим работы двигателя? Приведите график нагрузки.
9. Объясните, что такое продолжительность включения и для каких стандартных значений ПВ выпускаются двигатели?
10. Можно ли двигатель для продолжительного режима работы использовать для электропривода, работающего в повторно-кратковременном режиме?

10. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

Электроника представляет собой область науки и техники, охватывающую изучение и применение электронных и ионных явлений, протекающих в вакууме, газах, жидкостях, твердых телах и плазме, а также на их границах. Техническая электроника занимается изучением теории и практики применения электронных и ионных приборов, устройств, систем и установок в различных областях человеческой деятельности – науке, промышленности, связи, сельском хозяйстве, строительстве, транспорте и др.

10.1. Физические основы работы полупроводниковых приборов

С начала 50-х г. г. прошлого века, после изобретения транзистора, начался расцвет полупроводниковой электроники, которая практически полностью вытеснила ламповую.

К полупроводникам относят материалы, занимающие по своему удельному сопротивлению промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. При производстве полупроводниковых приборов наибольшее применение нашли германий *Ge* и кремний *Si*. У идеальных кристаллов германия и кремния, относящихся к четвертой группе периодической системы Менделеева, все валентные электроны образуют связанную пару. Такие идеальные кристаллы не проводят электрический ток.

При добавлении в кристалл кремния элементов из пятой группы, например сурьмы *Sb* или фосфора *P* появляется несвязанный, свободный электрон. Таким образом, в кристалле кремния возникает электронная проводимость, а полупроводник называется *n* – типа. Примесь, образующая электронную проводимость, называется донорной.

Добавление в кремний трехвалентной примеси, например, галлия *Ga* или индия *In* приводит к тому, что три валентных электрона индия участвуют в образовании ковалентных связей с атомом кремния, а одна связь остается свободной. Таким образом, для образования четвертой ковалентной связи примесным атомам не хватает по одному электрону. В кристалле кремния образуется «дырка», способная присоединить свободный электрон. Такой полупроводник называется полупроводником с дырочной проводимостью или полупроводником *p* - типа, а соответствующая примесь называется акцепторной.

Под действием внешнего электрического поля в полупроводнике n – типа наблюдается движение электронов в направлении поля, в полупроводнике p – типа происходит движение дырок, имеющих положительный заряд, в обратном направлении. Хотя в обоих рассмотренных случаях в образовании электрического тока участвуют только электроны, введение фиктивных дырок с положительным зарядом удобно с методической точки зрения. Подвижные носители электрического заряда, которые преобладают в полупроводнике данного типа, называются основными, остальные – неосновными. В полупроводнике n – типа основными носителями заряда являются электроны, а неосновными – дырки. В полупроводнике p – типа основные носители заряда – дырки, неосновными – электроны. Электроны и дырки в кристалле полупроводника находятся в состоянии хаотического теплового движения. Действие электрического поля из хаотического движения электронов и дырок приводит к направленному движению зарядов в кристалле. Возникает электрический ток, который называется дрейфовым током. Причиной, вызывающей электрический ток в полупроводнике, может быть не только электрическое поле, но и градиент концентрации подвижных носителей заряда. В соответствии с законами теплового движения возникает диффузия электронов и дырок из области с большей их концентрацией в область с меньшей концентрацией, причем плотность диффузионного тока пропорциональна градиенту концентрации носителей заряда. Таким образом, электрический ток в полупроводниках, обусловленный движением электронов и дырок, имеет дрейфовую и диффузионную составляющие.

10.1.1. Электронно-дырочный переход

Принцип действия большинства полупроводниковых приборов основан на явлениях, происходящих на границе двух полупроводников с различными видами проводимости. Электронно-дырочный переход или $p - n$ – переход образуется путем сплавления полупроводников типа n и типа p в единый монокристалл. На границе электронной и дырочной областей существует градиент концентрации зарядов – в области p положительный заряд, обусловленный наличием дырок, в области n – отрицательный заряд свободных электронов. Наличие градиента концентрации зарядов вызывает появление диффузионного тока – переноса заряженных частиц (дырок и электронов) через $p - n$ переход. Таким обра-

зом, в области p вследствие ухода дырок возникает не скомпенсированный отрицательный заряд, а в области n вследствие ухода электронов – положительный заряд. Наличие зарядов противоположных знаков на границе между p и n областями приводит к появлению между этими областями так называемой контактной разности потенциалов и электрического поля $E_{\text{диф}}$, называемое диффузионным. Диффузионное поле оказывается тормозящим для движения дырок из области p и электронов из области n через p - n переход, т. е. на границе между p и n областями возникает потенциальный барьер, препятствующий диффузии основных носителей, рис.10.1.

При прямом подключении к p и n областям внешнего электрического поля, направленного навстречу диффузионному, при $E_{\text{вн}} \geq E_{\text{диф}}$, через p - n переход начнется движение основных носителей (дырок из области p и электронов из области n), образующих прямой ток, рис.10.1 (прямое включение). Вольтамперная характеристика p - n перехода при прямом подключении является нелинейной.

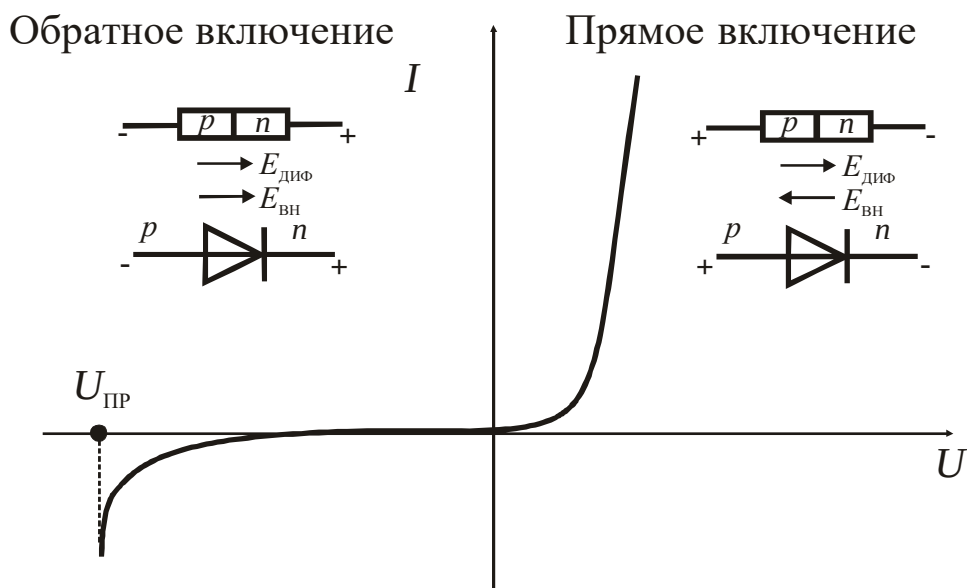


Рис. 10.1 - Включение p - n перехода.

Вольтамперная характеристика p - n перехода

При подключении внешнего напряжения плюсом к области n , а минусом к области p , что представляет собой обратное включение p - n перехода, электрический ток будет определяться только неосновными носителями (электронами в области p , и дырками в области n). По-

скольку концентрация неосновных носителей очень мала, обратный ток оказывается значительно меньше прямого тока и очень мало зависит от обратного напряжения. При некотором значении обратного напряжения происходит пробой $p - n$ перехода, вызывающий резкое увеличение обратного тока. Различают электрический и тепловой пробой.

При электрическом пробое число носителей заряда возрастает под действием сильного электрического поля и ударной ионизации атомов решетки полупроводника. Электрический пробой не приводит к выходу $p - n$ перехода из строя. После выключения $p - n$ перехода его свойства полностью восстанавливаются.

При тепловом пробое возникает перегрев полупроводника, наблюдается нарушение теплового баланса и выход $p - n$ перехода из строя.

Полупроводниковые диоды

Полупроводниковым диодом называется двухэлектродный прибор, основу которого составляет $p - n$ структура, разделенная электронно-дырочным переходом. Изображение полупроводникового диода показано на рис.10.2. Острая вершина треугольника указывает направление прямого тока через диод. Треугольник соответствует p области и называется иногда анодом или эмиттером, а прямолинейный отрезок - области n и называется катодом или базой.

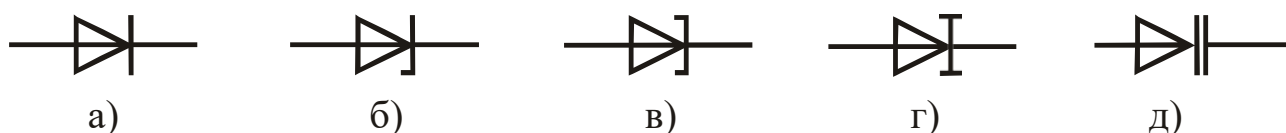


Рис. 10.2 - а) выпрямительные, импульсные и универсальные;
 б) стабилитроны и стабисторы; в) туннельные;
 г) обращенные; д) варикапы

Выпрямительные диоды предназначены для преобразования переменного тока в постоянный ток. Выпрямление переменного тока основано на односторонней проводимости диода. Вольтамперная характеристика $p - n$ перехода, изображенная на рис.10.1, является характеристикой диода. При включении диода в прямом направлении его сопротивление электрическому току очень мало. При обратном включении сопротивление диода велико и он практически не пропускает электри-

ский ток. Выпрямление переменного напряжения (тока) показано на рис.10.3. При действии положительной полуволны входного напряжения U_1 диод включен в прямом направлении, сопротивление его мало и на сопротивлении нагрузки R_H падение напряжения U_2 практически равно входному напряжению. При действии отрицательной полуволны напряжения диод включен в обратном направлении, его сопротивление во много раз больше сопротивления нагрузки, поэтому все напряжение обратной полуволны падает на диоде, а напряжение на нагрузке практически равно нулю. Данная схема выпрямления называется однополупериодной, т. к. на нагрузку проходит только один полупериод входного переменного напряжения.

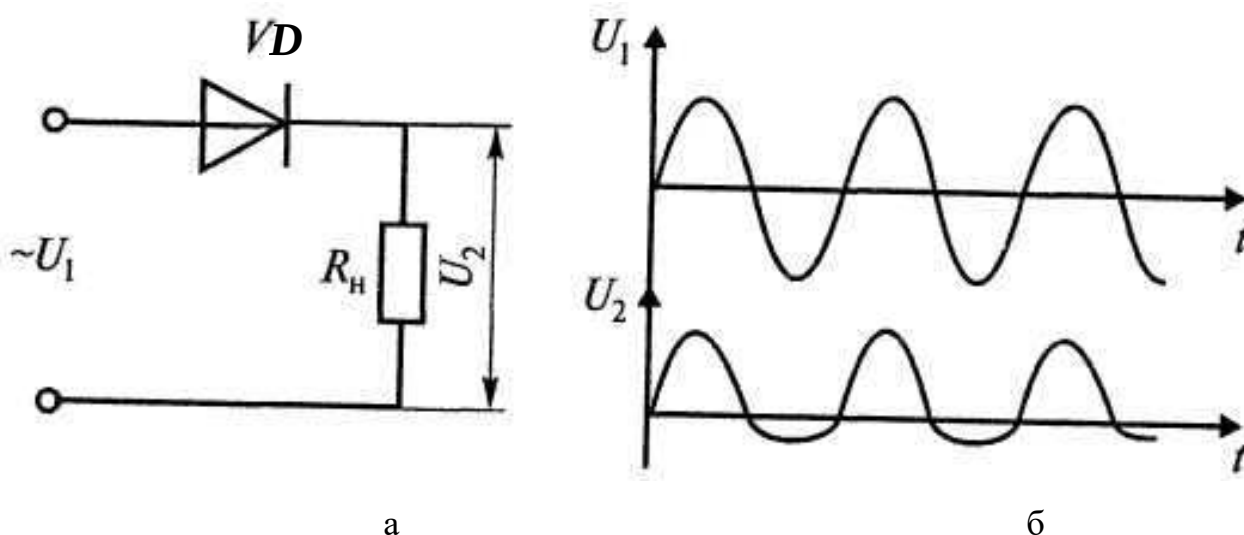


Рис. 10.3 - а) схема простейшего однополупериодного выпрямителя;
б) графики напряжения на его входе и выходе

Нагрузочная способность выпрямительных диодов определяется допустимым прямым током $I_{пр}$, соответствующим ему падением напряжением на открытом диоде $U_{пр}$, допустимым обратным напряжением $U_{обр}$ и соответствующим ему обратным током $I_{обр}$, а также допустимой мощностью рассеяния $P_{рас}$ и допустимой температурой окружающей среды (50^0 С для германиевых и 140^0 С для кремниевых диодов). Мощность рассеяния выпрямительных диодов определяется площадью $p - n$ перехода. Вследствие большой площади $p - n$ перехода допустимая мощность рассеяния выпрямительных диодов достигает 1 Вт при значениях прямого тока до 1 А. У выпрямительных диодов большой мощно-

сти с радиаторами и искусственным охлаждением допустимая мощность рассеяния достигает 10 кВт при значениях допустимых прямого тока до 1000 А и обратного напряжения до 1500 В.

Стабилитроны представляют полупроводниковые диоды, в которых для стабилизации постоянного напряжения используется участок обратной ветви вольтамперной характеристики диода в области электрического пробоя. Схема стабилизации и вольтамперная характеристика стабилитрона показаны на рис.10.4.

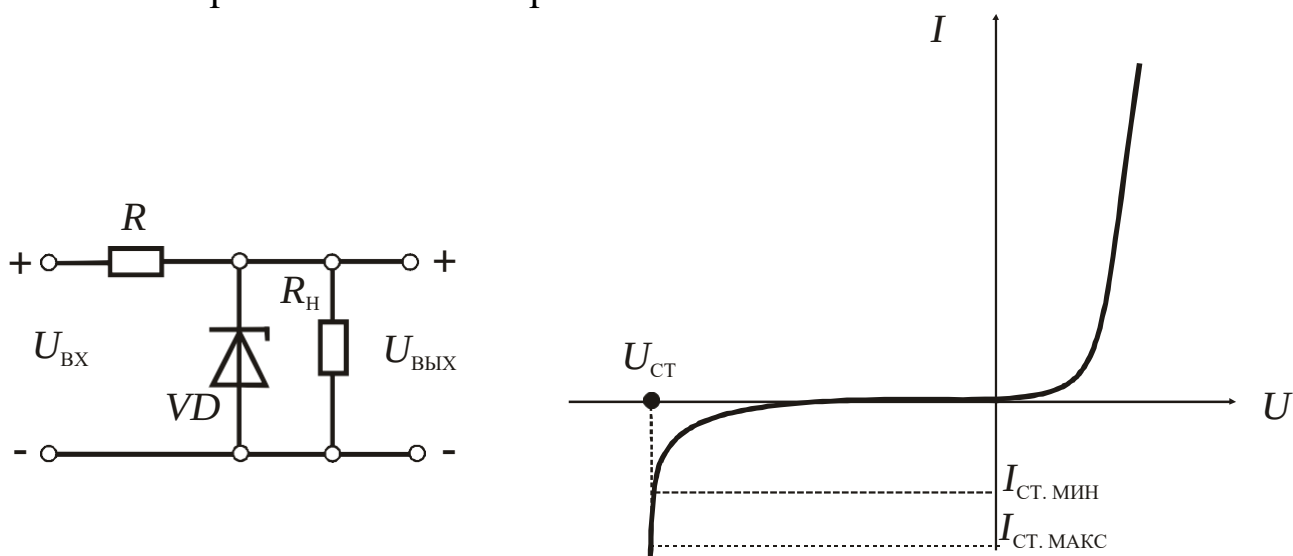


Рис. 10.4 - Схема стабилизации и вольтамперная характеристика стабилитрона

Последовательно со стабилитроном, включенным в обратном направлении, соединено балластное сопротивление R , необходимое для задания тока стабилитрона. Сопротивление нагрузки подключается параллельно стабилитрону. При изменении тока, протекающего через стабилитрон от $I_{\text{СТ.МИН}}$ до $I_{\text{СТ.МАКС.}}$, напряжение на нем почти не изменяется, рис.10.4. Напряжение на нагрузке также будет оставаться постоянным в указанных пределах изменения тока, протекающего через стабилитрон.

10.3. Расчет маломощных выпрямителей

Выпрямители присутствуют во всех электронных устройствах, питающихся от сети переменного тока. Схема нестабилизированного выпрямителя содержит силовой трансформатор, предназначенный для преобразования напряжения питающей сети в напряжение, необходимое для получения заданного значения выпрямленного напряжения на

выходе выпрямителя; полупроводниковые диоды (вентили), предназначенные для преобразования переменного напряжения в постоянное; сглаживающий фильтр для уменьшения пульсаций выпрямленного напряжения.

В зависимости от мощности, напряжения, допустимых пульсаций и т. д. применяются различные схемы выпрямления.

Однополупериодная схема является простейшей схемой выпрямителя, рис.10.5. Схема имеет нежесткие требования к пульсациям выходного напряжения и применяется ограниченно.

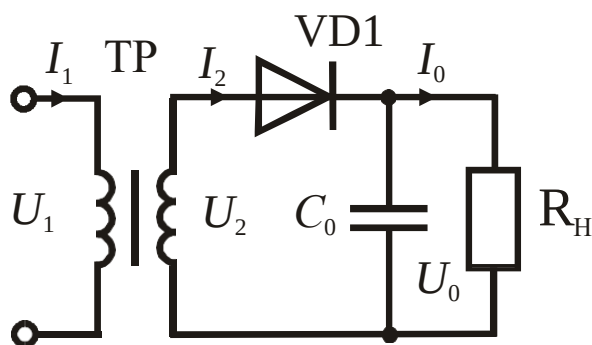


Рис.10.5

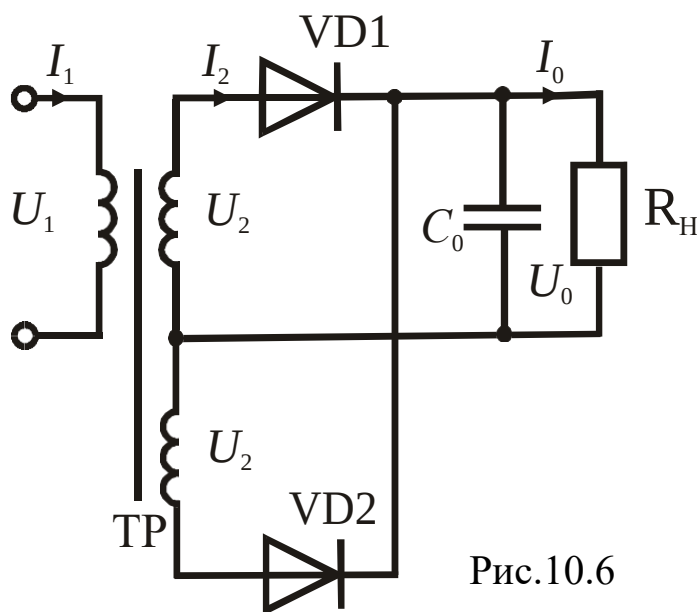


Рис.10.6

Двухполупериодная схема с выводом средней точки дает несколько больший коэффициент использования силового трансформатора и меньшую по сравнению с однополупериодной схемой пульсацию выпрямленного напряжения, рис.10.6.

Однофазная мостовая схема находит наибольшее применение при питании от однофазной сети, рис.10.7. Обратное напряжение, приходящееся на один диод и напряжение вторичной обмотки трансформатора при этой схеме примерно в 2 раза меньше, чем в двухполупериодной схеме.

Схема удвоения напряжения используется для получения высоких напряжений, рис.10.8.

Трехфазная схема выпрямления имеет преимущество перед однофазной схемой выпрямления в равномерной нагрузке трехфазной сети, рис.10.9. Схема имеет ограниченное применение.

Трехфазная мостовая схема (схема Ларионова) обеспечивает равномерную нагрузку трехфазной цепи, рис.10.10. Данная схема является энергетически наиболее экономичной, имеет низкий коэффициент пульсаций.

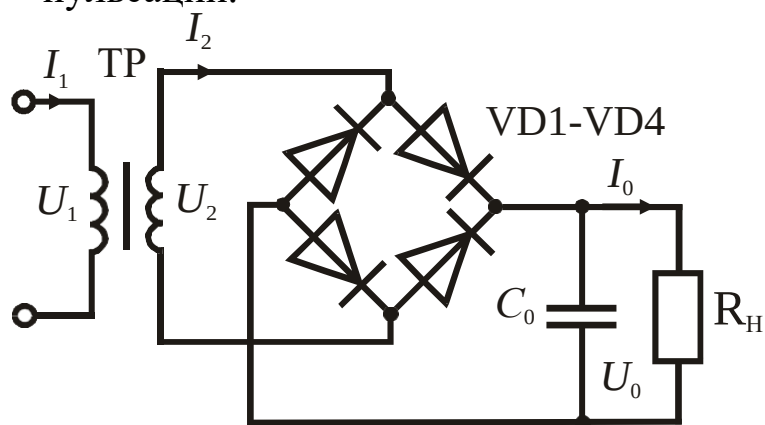


Рис.10.7

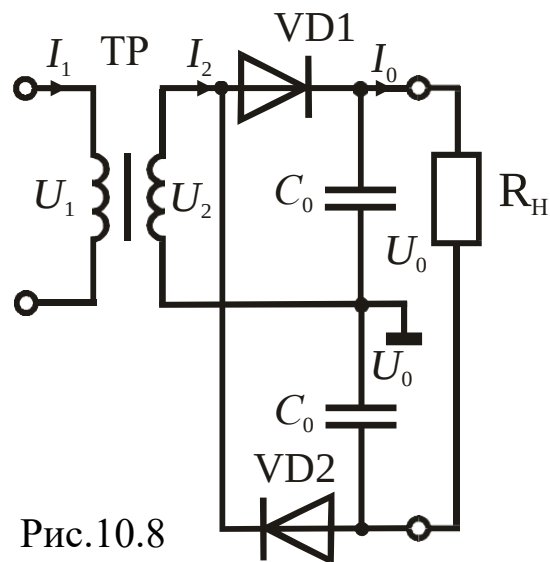


Рис.10.8

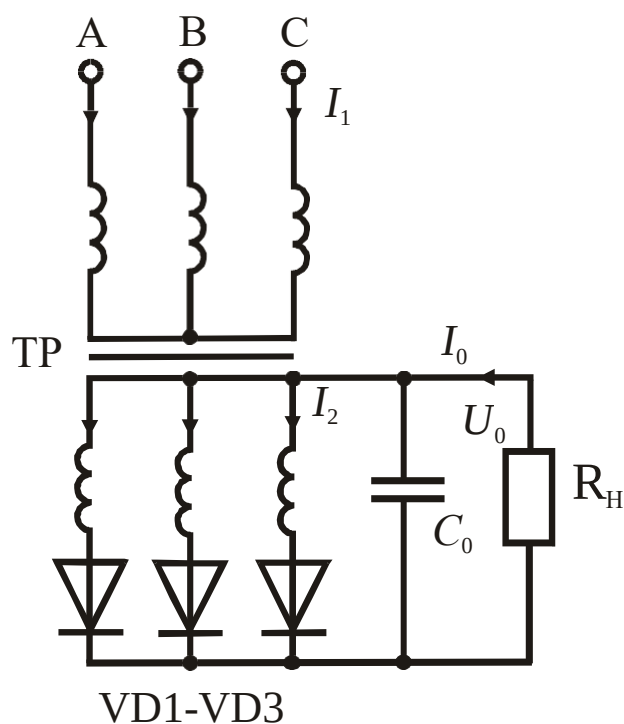


Рис.10.9

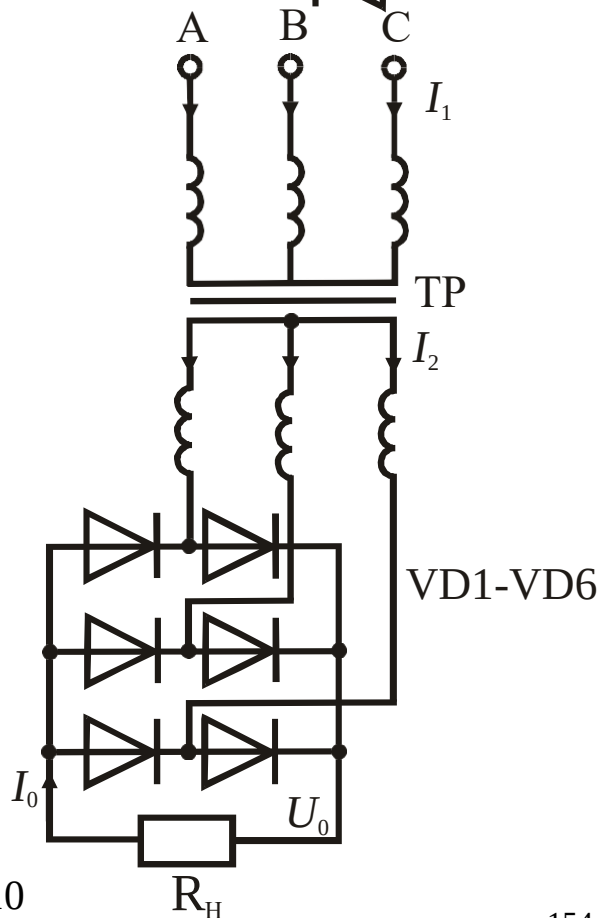


Рис.10.10

Целью расчета выпрямителя является определение токов и напряжений обмоток трансформатора, определения его мощности, выбор диодов и емкости конденсатора фильтра.

10.4. Варианты контрольных заданий для задачи №11

Исходные данные для расчета выпрямителя приведены в таблице 10.1, где U_C – напряжение сети, питающей выпрямитель; f_C – частота сети переменного тока; U_0 – выходное выпрямленное напряжение; I_0 – ток на выходе выпрямителя; $K_{П}$ % - коэффициент пульсаций выпрямленного напряжения.

Таблица 10.1

№№ вар.	№№ рис.	U_C	U_0	I_0	f_C	$K_{П}$
		В		А	Гц	%
1	2	3	4	5	6	7
1	9.5	220	5	10	50	1,5
2	9.6	127	18	5	50	1,7
3	9.7	220	10	8	50	1,9
4	9.8	127	10	12	50	2,0
5	9.9	220	10	15	60	2,2
6	9.10	220	20	15	60	1,8
7	9.5	127	20	15	50	2,4
8	9.6	380	20	15	50	2,5
9	9.7	220	10	2	50	1,5
10	9.8	220	10	2	50	1,7
11	9.9	380	10	2	100	1,9
12	9.10	380	10	2	100	2,0
13	9.5	127	30	3	50	2,2
14	9.6	127	30	3	50	1,8
15	9.7	380	30	3	50	2,4
16	9.8	380	5	3	50	2,5
17	9.9	220	5	4	50	1,5
18	9.10	220	5	4	50	1,7
19	9.5	220	5	4	60	1,9
20	9.6	220	12	4	60	2,0
21	9.7	380	12	5	60	2,2
22	9.8	380	12	5	60	1,8
23	9.9	127	12	5	100	2,4
24	9.10	127	15	5	100	2,5

Продолжение таблицы 10.1

1	2	3	4	5	6	7
25	9.5	110	15	8	100	1,5
26	9.6	110	15	8	100	1,7
27	9.7	220	15	8	60	1,9
28	9.8	220	18	8	60	2,0
29	9.9	220	18	20	50	2,2
30	9.10	220	18	20	50	1,8
31	9.5	380	18	20	50	2,4
32	9.6	380	12	20	50	2,5
33	9.7	110	12	25	50	1,5
34	9.8	110	12	25	50	1,7
35	9.9	127	12	25	60	1,9
36	9.10	127	10	25	60	2,0
37	9.5	220	10	12	100	2,2
38	9.6	220	10	12	100	1,8
39	9.7	220	10	12	50	2,4
40	9.8	220	25	12	50	2,5
41	9.9	380	25	10	50	1,5
42	9.10	380	25	10	50	1,7
43	9.5	127	25	10	50	1,9
44	9.6	127	12	10	50	2,0
45	9.7	220	12	12	50	2,2
46	9.8	220	12	12	50	1,8
47	9.9	220	12	12	50	2,4
48	9.10	220	10	12	50	2,5
49	9.5	220	10	5	50	1,5
50	9.6	220	10	5	50	1,7

Порядок расчета

Точный аналитический расчет выпрямителей представляет определенные трудности, в связи с тем, что полупроводниковые приборы, применяемые в качестве преобразователей переменного напряжения в постоянное напряжение, являются нелинейными элементами. Расчет таких электрических цепей проводится по приближенным формулам с использованием графических зависимостей.

Таблица 10.2

Наименование параметра		Схемы выпрямления					
		однополу- периодная	двухполу- периодная	однофазная мостовая	удвоенная	трёхфазная 人/人	трёхфазная мостовая人/人
Трансформатор	Действующее напряжение вторичной обмотки U_2^*	BU_0	$2 BU_0$	BU_0	$0,5 BU_0$	BU_0	$0,576 BU_0$
	Действующий ток вторичной обмотки I_2	DI_0	$0,5 DI_0$	$0,707 DI_0$	$1,41 DI_0$	$0,33 DI_0$	$0,33 DI_0$
	Действующий ток первичной обмотки I_1	$\frac{I_0}{k_m} \sqrt{D^2 - 1}$	$0,707 \cdot D \cdot \frac{I_0}{k_m}$	$0,707 \cdot D \cdot \frac{I_0}{k_m}$	$1,41 \cdot D \cdot \frac{I_0}{k_m}$	$0,816 \cdot D \cdot \frac{I_0}{k_m}$	$0,578 \cdot D \cdot \frac{I_0}{k_m}$
	Типовая мощность трансформатора $P_{\text{тип}}$	$0,5 \cdot B \cdot \frac{I_0}{(D + \sqrt{D^2 - 1})}$	$0,85 BDP_0$	$0,707 BDP_0$	$0,707 BDP_0$	$0,908 BDP_0$	$0,576 BDP_0$
Вентиль	Обратное напряжение на вентиль $U_{\text{обр}}$	$2,82 BU_0$	$2,82 BU_0$	$1,41 BU_0$	$1,41 BU_0$	$2,44 BU_0$	$1,22 BU_0$
	Среднее значение тока вентилей I_{0B}	I_0	$0,5 I_0$	$0,5 I_0$	I_0	$0,33 I_0$	$0,33 I_0$
	Действующее значение тока вентилей I_B	DI_0	$0,5 DI_0$	$0,5 DI_0$	$0,5 DI_0$	$0,33 DI_0$	$0,236 DI_0$
	Амплитудное значение тока вентилей $I_{B, \text{макс}}$	FI_0	$0,5 FI_0$	$0,5 FI_0$	FI_0	$0,33 FI_0$	$0,33 FI_0$
	Число вентилей	1	2	4	2	3	6
Пульсации	Частота основной гармоники	f_c	$2 f_c$	$2 f_c$	$2 f_c$	$3 f_c$	$6 f_c$
	Коэффициент пульсации k_{Π}^{**}	$\frac{H}{RC_0}$	$\frac{H}{RC_0}$	$\frac{H}{RC_0}$	$\frac{H}{RC_0}$	$\frac{H}{RC_0}$	$\frac{H}{RC_0}$

* Для трёхфазной и трёхфазной мостовой схем U_2 – фазовое напряжение вторичной обмотки.

** При определении коэффициента H по кривым $H = f(A)$ значение H для однополупериодной схемы берётся для $p = 1$; для всех остальных однофазных схем $p = 2$, для трёхфазной $p = 3$ и для трёхфазной мостовой $p = 6$, R – активное сопротивление фазы выпрямителя

В таблице 10.2 приведены формулы для расчета схем выпрямителей, приведенных на рис. 10.5 – 10.10. Для определения параметров элементов выпрямителя необходимо нахождение коэффициентов В, D, F и H. Чтобы приступить к нахождению данных коэффициентов, необходимо рассчитать следующие базовые величины:

1. Внутреннее сопротивление вентиля

$$R_B = \frac{U_{np} k_B}{I_{OB}},$$

где U_{np} – прямое падение напряжения на вентиле (0,4 – 0,5 В для германиевых диодов и 1,0 – 1,1 В для кремниевых диодов), k_B – коэффициент, учитывающий динамические свойства характеристики диода (2,0 – 2,2 для германиевых диодов и 2,2 – 2,4 для кремниевых диодов), I_{OB} – среднее значение тока вентиля выбирается по таблице 5 для соответствующей схемы выпрямления.

2. Активное сопротивление обмоток трансформатора

$$R_{TP} = k_r \frac{U_0}{I_0 f B} \sqrt{\frac{s f B}{U_0 I_0}},$$

где k_r – коэффициент, зависящий от схемы выпрямления, определяется по таблице 7; B – магнитная индукция в сердечнике, Т. Величину магнитной индукции B для трансформаторов мощностью до 1000 Вт можно предварительно принимать равной 1,2 – 1,6 Т для сети с частотой тока 50 Гц и 1,0 – 1,3 Т для сети с частотой тока 400 Гц; f – частота переменного тока питающей сети; s – число стержней сердечника трансформатора ($s = 1$ для броневого, $s = 2$ для стержневой и $s = 3$ для трехфазной конфигурации магнитопровода).

Таблица 10.3

Схема выпрямления	k_r
Однофазная однополупериодная	2,3
Однофазная двухполупериодная, с выводом средней точки	4,7
Однофазная мостовая	3,5
Удвоения	0,9
Трехфазная, с выводом нулевой точки	6,9
Трехфазная мостовая	4,5

3. Активное сопротивление фазы выпрямителя

$$R = R_B + R_{TP}.$$

4. Основной расчетный коэффициент А

$$A = \frac{I_0 \pi R}{p U_0},$$

где p – число импульсов пульсаций в цепи выпрямленного тока за период переменного напряжения. Для схемы на рис.10.5 $p = 1$; на рис. 10.6, 10.7, 10.8 $p = 2$; на рис. 10.9 $p = 3$; на рис. 10.10 $p = 6$.

Вспомогательные коэффициенты В, D, F и Н определяют по графикам, приведенным на рис. 10.11, 10.12, 10.13.

С помощью коэффициентов В, D, F и Н по формулам таблицы 10.2 проводят расчет параметров выпрямителя.

По значениям U_{OBR} и I_B с помощью справочных данных для диодов, приведенных в таблице 10.4, выбираем тип выпрямительных диодов. Выбранные из справочной таблицы данные диодов должны несколько превосходить расчетные значения, создавая, тем самым, запасной ресурс мощности выпрямителя.

Таблица 10.4

Тип диода	Электрические параметры при $t_{OKP} = + 20 \pm 5^{\circ} C$			
	Наибольшая амплитуда обратного напряжения, В	Наибольший выпрямленный ток (среднее значение), А	Обратный ток при наибольшем обратном напряжении, мА	Падение напряжения в прямом направлении при наибольшем токе, В
Германиевые диоды				
1	2	3	4	5
Д7А	50	0,3	0,3	0,5
Д7Б	100	0,3	0,3	0,5
Д7В	150	0,3	0,3	0,5
Д7Г	200	0,3	0,3	0,5
Д7Д	300	0,3	0,3	0,5
Д7Е	350	0,3	0,3	0,5
Д7Ж	400	0,3	0,3	0,5
Д302	200	1	1	0,25
Д303	150	3	1	0,3
Д304	100	5	3	0,3
Д305	50	10	3	0,35

Продолжение таблицы 10.4

Кремниевые диоды				
1	2	3	4	5
Д217	800	0,1	0,05	0,7
Д218	1000	0,1	0,05	0,7
МД226	400	0,3	0,03	1,0
МД226А	300	0,3	0,03	1,0
Д229А	200	0,4	0,05	1,0
Д229Б	400	0,4	0,05	1,0
Д230А	200	0,3	0,05	1,0
Д230Б	400	0,3	0,05	1,0
Д231А, Д231АП	300	10	3	1,0
Д231Б, Д231БП	300	5	3	1,5
Д237А	200	0,3	0,05	1,0
Д237Б	400	0,3	0,05	1,0
Д237В	600	0,1	0,05	1,0
Д232А, Д232АП	400	10	3	1,0
Д232Б, Д232БП	400	5	3	1,0
Д233, Д233П	500	10	3	1,5
Д233Б, Д233БП	500	5	3	1,0
Д234Б, Д234БП	600	5	3	1,5
Д242, Д242П	100	5	3	1,5
Д242А, Д242АП	100	10	3	1,0
Д242Б, Д242БП	100	2	3	1,0
Д243, Д243П	200	5	3	1,0
Д243А, Д243АП	200	10	3	1,0
Д243Б, Д243БП	200	2	3	1,0
Д244, Д244П	50	5	3	1,0
Д244А, Д244АП	50	10	3	1,0

Продолжение таблицы 10.4

1	2	3	4	5
Д244Б, Д244БП	50	2	3	1,0
2Д201А, 2Д201АП	100	5	3	1,0
2Д201Б, 2Д201БП	100	10	3	1,0
2Д201В, 2Д201ВП	200	5	3	1,0
2Д201Г, 2Д201ГП	200	10	3	1,0
Д1004	2000	0,1	0,1	4,0
Д1005А	4000	0,5	0,1	4,0
Д1005Б	4000	0,1	0,1	6,0
Д1006	6000	0,1	0,1	6,0
Д1007	8000	0,075	0,1	6,0
Д1008	10000	0,05	0,1	6,0
Д1009	2000	0,1	0,1	7,0
Д1009А	1000·2	0,1·2	0,1	3,5
Д1010	2000	0,3	0,1	11,0
Диоды с буквой «П» имеют обратную полярность				

Определив по графику на рис. 10.13 значение коэффициента H и задаваясь коэффициентом пульсаций $K_{\Pi}\%$ на выходе выпрямителя по таблице 10.1, определяют емкость конденсатора, необходимую для получения заданного коэффициента пульсаций по формуле из таблицы 10.2

$$K_{\Pi} = \frac{H}{RC_0},$$

откуда имеем

$$C_0 = \frac{H}{K_{\Pi} R} \cdot 100 \text{ мкФ.}$$

По справочнику необходимо выбрать тип конденсатора, его номинальную емкость и номинальное напряжение. Номинальное напряжение конденсатора должно не менее чем на 20% превосходить значение напряжения на нагрузке.

Пример

Требуется рассчитать выпрямитель для зарядного устройства по следующим данным: номинальное выпрямленное напряжение $U_0 = 15 \text{ В}$;

номинальный выпрямленный ток $I_0 = 7$ А; допустимый коэффициент пульсаций $K_{П\%} = 1,5$; напряжение питающей сети $U_C = 220$ В; частота сети $f = 50$ Гц. В качестве исходной схемы возьмем мостовую схему, рис. 10.7, выполненную с использованием германиевых диодов.

Внутреннее сопротивление вентиля

$$R_B = \frac{U_{np} k_B}{I_{OB}} = \frac{0,5 \cdot 2,2}{0,5 \cdot 7} = 0,31 \text{ Ом.}$$

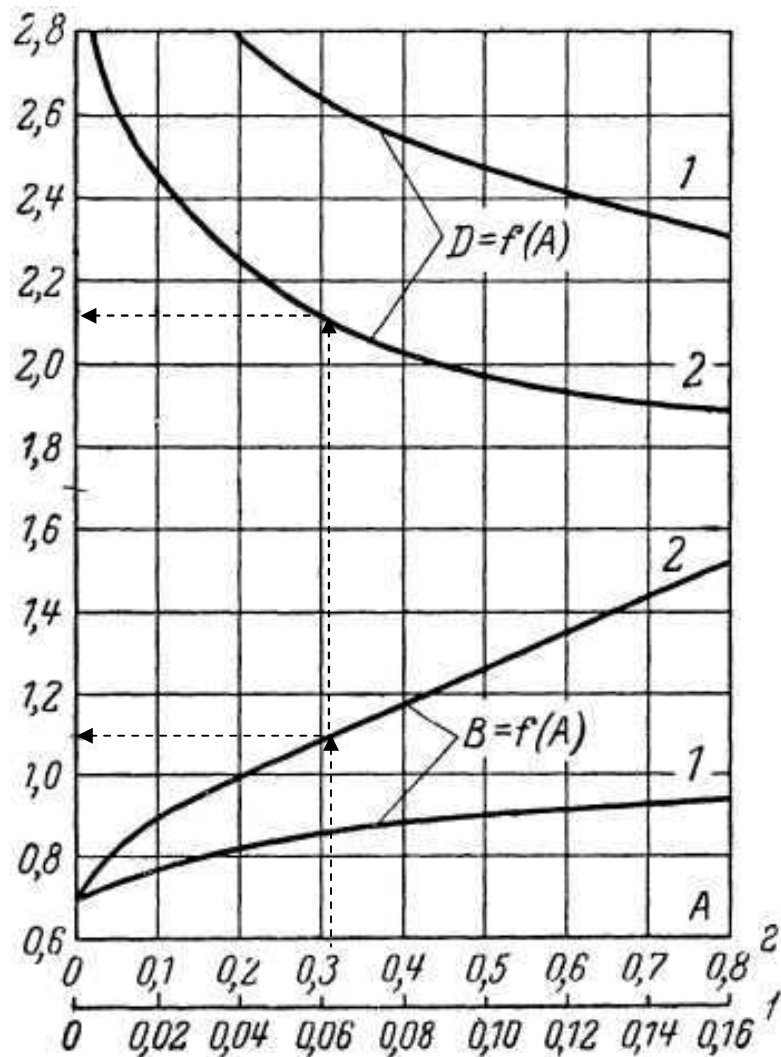


Рис. 10.11 - Зависимость параметров В и D от параметра А

Активное сопротивление обмоток трансформатора

$$R_{TP} = k_r \cdot \frac{U_0}{I_0 f B} \cdot \sqrt[4]{\frac{s f B}{U_0 I_0}} = 3,5 \cdot \frac{15}{7 \cdot 50 \cdot 1,6} \cdot \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 50 \cdot 1,6}{15 \cdot 7}} = 0,104 \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление фазы выпрямителя

$$R = R_B + R_{TP} = 0,31 + 0,104 = 0,414 \text{ Ом.}$$

Основной расчетный коэффициент выпрямителя

$$A = \frac{I_0 \pi R}{p U_0} = \frac{7 \cdot 3,14 \cdot 0,414}{2 \cdot 15} = 0,303.$$

Вспомогательные коэффициенты В и D по графикам на рис. 10.11, В = 1,1; D = 2,1.

Вспомогательный коэффициент F по графику на рис. 10.12., F = 5,5.

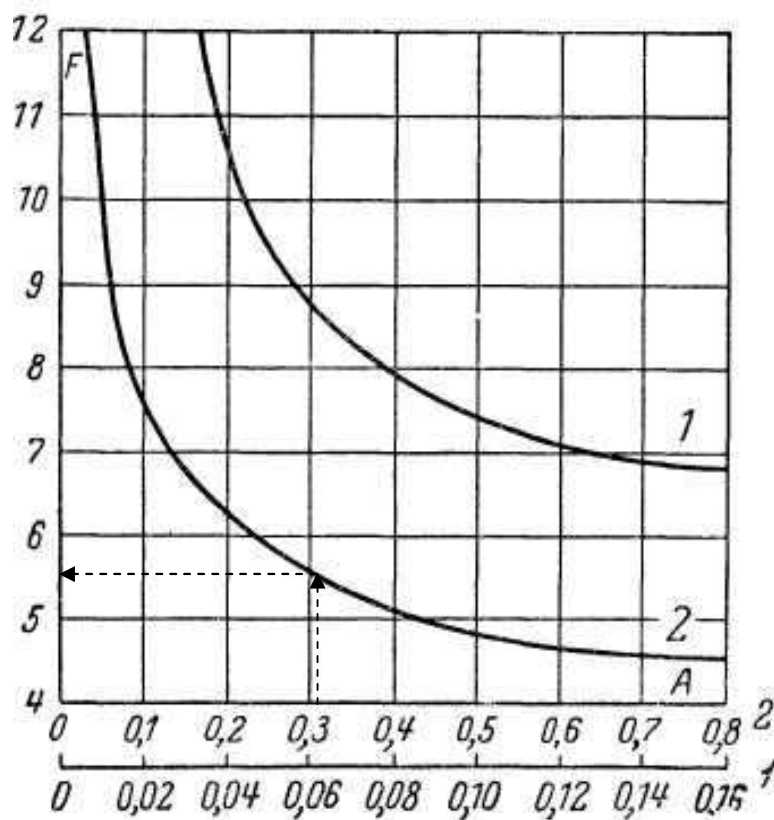


Рис. 10.12 - Зависимость параметра F от параметра A

Вспомогательный коэффициент Н по графику на рис. 10.13., Н = 490.

Параметры трансформатора (таблица 10.2)

Действующее напряжение вторичной обмотки

$$U_2 = B \cdot U_0 = 1,1 \cdot 15 = 16,5 \text{ В.}$$

Действующий ток вторичной обмотки

$$I_2 = 0,707 DI_0 = 0,707 \cdot 2,1 \cdot 7 = 10,39 \text{ A.}$$

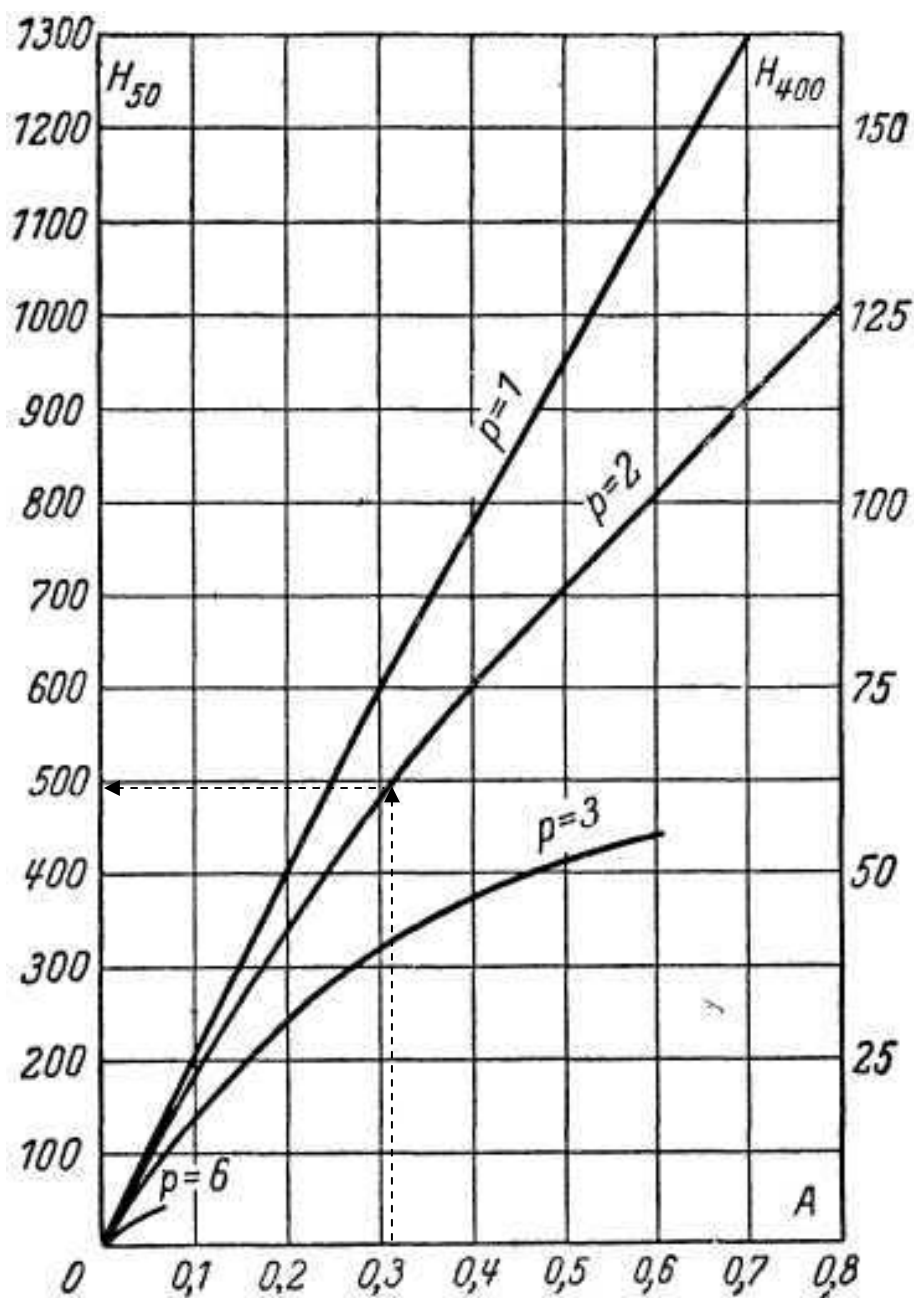


Рис. 10.13 - Зависимость параметра Н от параметра А при частотах тока сети 50 и 400 гц

Действующий ток первичной обмотки

$$I_1 = 0,707 DI_0/k_m,$$

где $k_m = U_1/U_2$ – коэффициент трансформации.

$$I_1 = 0,707 \cdot 2,1 \cdot 7 \cdot 16,5/220 = 0,779 \text{ A.}$$

Типовая мощность трансформатора

$$P_{\text{тип}} = 0,707 BDU_0I_0 = 0,707 \cdot 1,1 \cdot 2,1 \cdot 15 \cdot 7 = 171,48 \text{ Вт.}$$

Параметры вентиля (таблица 10.4)

Обратное напряжение на вентиль

$$U_{обр} = 1,41 \cdot BU_0 = 1,41 \cdot 1,1 \cdot 15 = 23,26 \text{ В.}$$

Среднее значение тока вентиля

$$I_{0В} = 0,5I_0 = 0,5 \cdot 7 = 3,5 \text{ А.}$$

Действующее значение тока вентиля

$$I_B = 0,5DI_0 = 0,5 \cdot 2,1 \cdot 7 = 7,35 \text{ А.}$$

Амплитудное значение тока вентиля

$$I_{В.макс} = 0,5FI_0 = 0,5 \cdot 4 \cdot 7 = 14 \text{ А.}$$

Число вентиляей 4.

Для данного выпрямителя можно использовать диоды типа Д305, имеющие $U_{обр. макс.} = 50 \text{ В}$, $I_{0В} = 10 \text{ А}$ (справочные данные). Данные диоды имеют значительный запас по величине наибольшей амплитуды обратного напряжения и наибольшему выпрямленному среднему значению тока.

Емкость конденсатора фильтра

$$C_0 = \frac{H}{K_{\text{д}} R} = \frac{490 \cdot 100}{15 \cdot 0,414} = 7890 \text{ мкФ.}$$

Выбираем электролитический конденсатор типа К50-20 с рабочим напряжением 20 В и емкостью 2000 мкФ. Для того, чтобы обеспечить требуемую емкость 7890 мкФ, нужно соединить параллельно четыре конденсатора типа К50-20 емкостью 2000 мкФ каждый. Результирующая емкость составит 8000 мкФ.

10.5. Биполярные транзисторы

Биполярный транзистор представляет собой полупроводниковый прибор, имеющий два $p - n$ перехода, образованных в одном монокристалле полупроводника. В зависимости от чередования p и n областей различают транзисторы с $p - n - p$ и $n - p - n$ структурой, рис.10.14. Средний слой биполярного транзистора называется базой (Б), один крайний слой – коллектором (К), а другой крайний слой – эмиттером (Э). Каждый слой имеет вывод, с помощью которого транзистор включается в электрическую цепь. Транзистор называется биполярным потому, что физические процессы в нем связаны с движением носителей зарядов обоих знаков – свободных дырок и электронов.

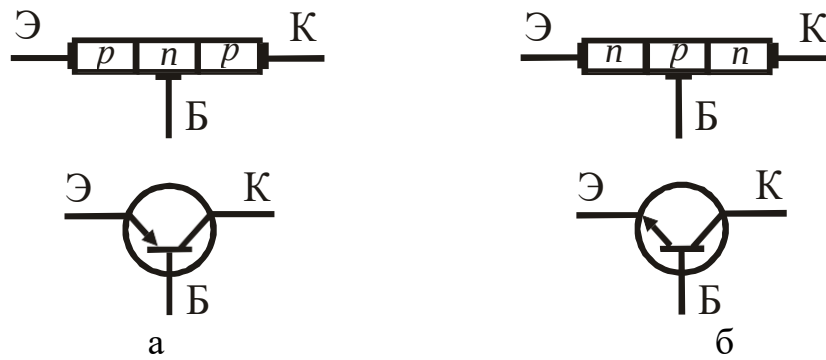


Рис.10.14 - Структура и графическое обозначение биполярных транзисторов

Электронно-дырочный переход, образованный эмиттером и базой, называется эмиттерным, коллектором и базой – коллекторным. Эмиттерный переход включается в прямом направлении, коллекторный переход – в обратном направлении. Общая точка эмиттерной и коллекторной цепей соединена с базовым электродом. Такое включение транзистора называется схемой с общей базой, рис.10.15,а. Схемы включения транзистора с общим эмиттером и общим коллектором приведены на рис.10.15, б, в.

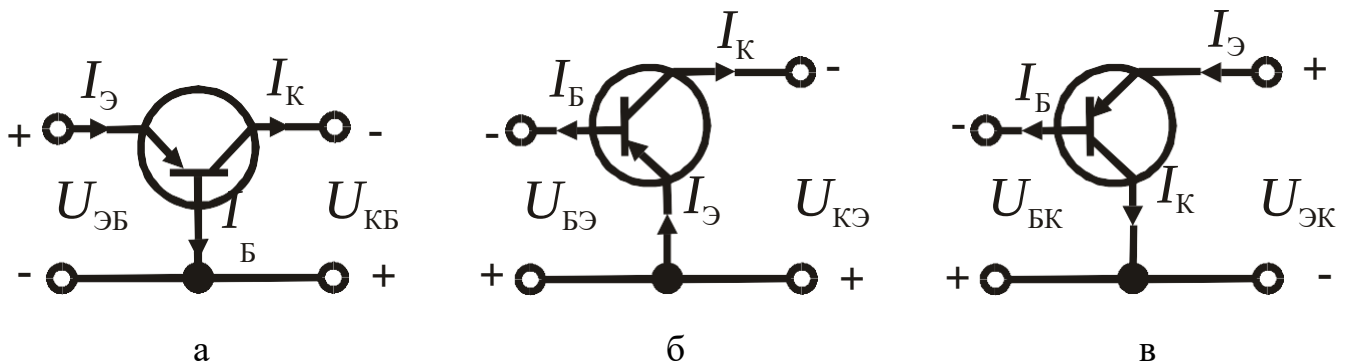


Рис. 10.15 - Схемы включения транзистора: а) с общей базой; б) с общим эмиттером; в) с общим коллектором

Толщина базы выбирается достаточно малой, чтобы дырки, двигаясь через базу, не успели рекомбинировать с электронами в области базы. Таким образом, основная часть дырок пролетает сквозь базу до коллекторного перехода. Здесь дырки увлекаются электрическим полем коллекторного перехода, включенного в обратном направлении, и создают в цепи коллектора ток, величина которого пропорциональна эмиттерному току $I_{\text{Э}}$

$$I_{\text{К}} \approx \alpha I_{\text{Э}}.$$

Коэффициент пропорциональности α называется коэффициентом передачи тока эмиттера. При достаточно тонкой базе, когда потери ды-

рок за счет рекомбинации их в базе малы, коэффициент передачи тока может достигать до 0,99 и более.

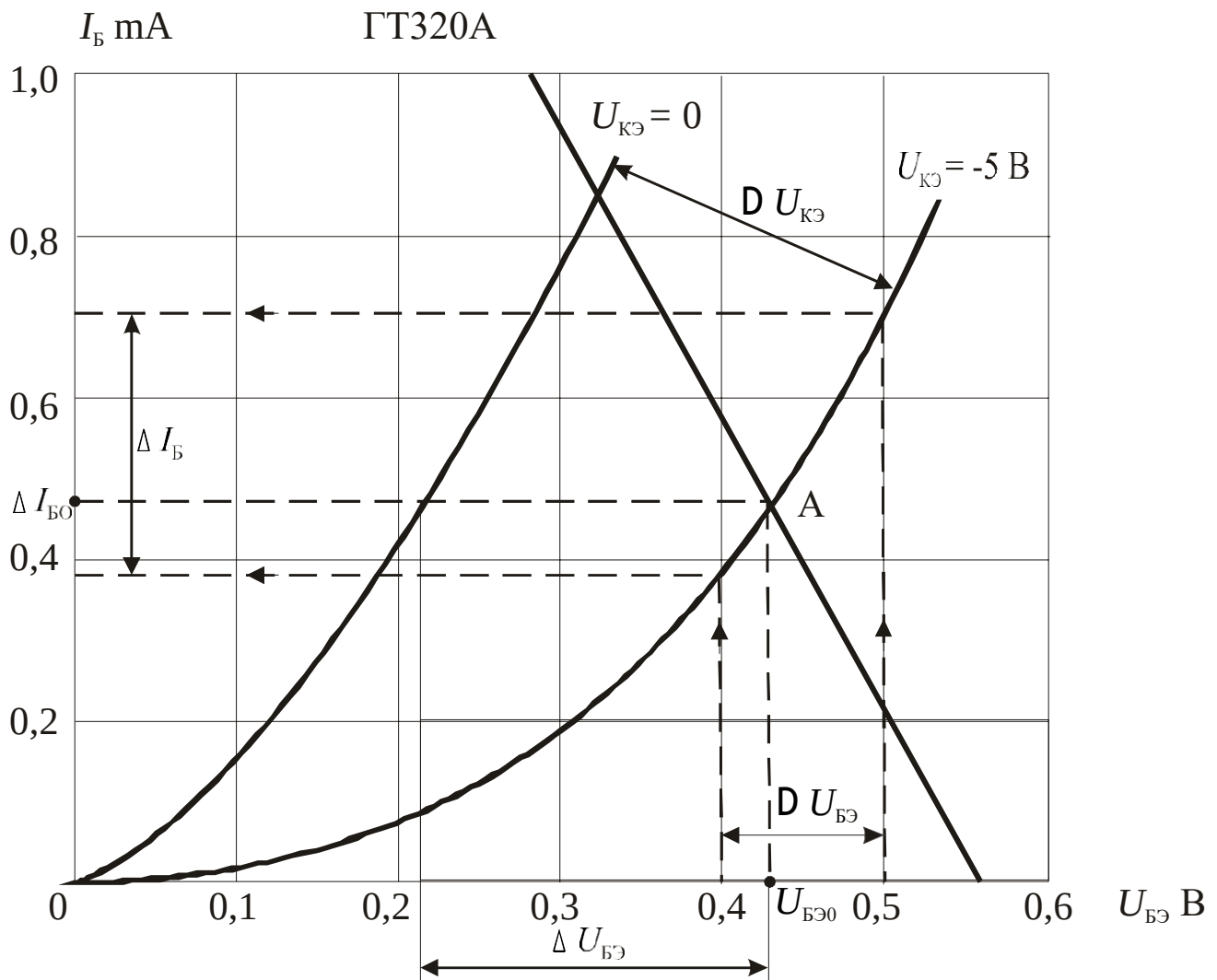


Рис.10.16 - Входные статические характеристики транзистора ГТ320А

Транзистор представляет собой управляемый прибор, его коллекторный ток зависит от тока эмиттера, который в свою очередь можно изменять напряжением эмиттер – база, $U_{ЭБ}$. Поскольку напряжение в цепи коллектора, включенного в обратном направлении, значительно больше, чем в цепи эмиттера, включенного в прямом направлении, а токи в этих цепях практически равны, мощность, создаваемая переменной составляющей коллекторного тока в нагрузке, включенной в цепи коллектора, может быть значительно больше мощности, затрачиваемой на управление тока в цепи эмиттера, т. е. транзистор обладает усиительным эффектом.

Для усиления электрических сигналов применяются схемы с общим коллектором (ОК) и общим эмиттером (ОЭ). Работу биполярного

транзистора по схеме с ОЭ определяют статические входные и выходные характеристики.

Входные характеристики устанавливают зависимость тока базы I_B от напряжения эмиттер - база $U_{ЭБ}$ при неизменном напряжении коллектор - эмиттер $U_{КЭ}$. Входные (базовые) статические характеристики для схемы ОЭ германиевого транзистора $p - n - p$ типа ГТ320А приведены на рис.10.16.

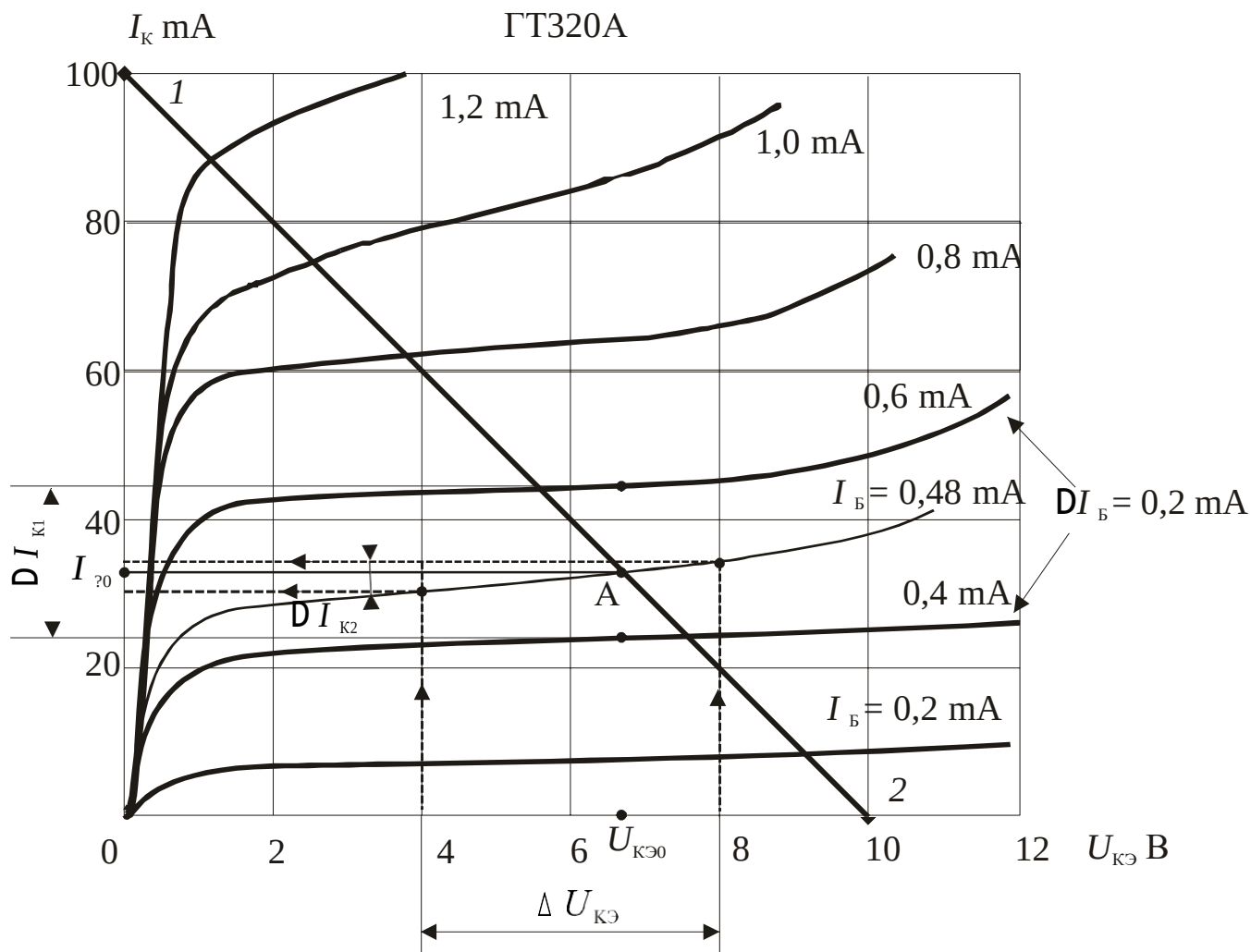


Рис.10.17 - Выходные характеристики транзистора ГТ320А

Так как эмиттерный переход включен в прямом направлении, повышение напряжения на нем приводит к увеличению тока, подобно характеристике полупроводникового диода.

Выходные (коллекторные) статические характеристики устанавливают связь между коллекторным током I_K и напряжением коллектор - эмиттер $U_{КЭ}$ при постоянном токе базы I_B . Выходные характеристики транзистора ГТ320А, включенного по схеме ОЭ, приведены на рис.10.17.

В электронных устройствах широко используется схема усилителя с общим эмиттером, представленная на рис.10.18. В качестве усиительного элемента в данном случае используется транзистор ГТ320А. Сопротивление нагрузки усилительного каскада R_K включено в коллекторную цепь транзистора. Входное усиливаемое напряжение $U_{ВХ}$ подается на базу транзистора. Питание усилителя осуществляется от источника постоянного напряжения E_K .

1. Режимы работы усилительного каскада находятся по уравнению нагрузки, которое определяется следующим образом. Напряжение коллектора $U_{КЭ} = U_{ВЫХ}$ при наличии нагрузки R_K в его цепи, как следует из рис. 10.18, в соответствии со вторым законом Кирхгофа, равно

$$U_{КЭ} = E_K - R_K \cdot I_K.$$

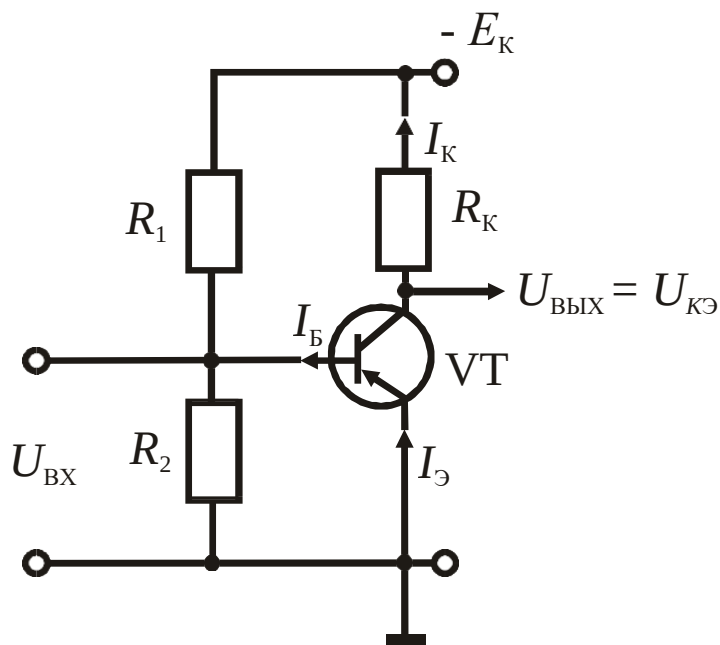


Рис.10.18 - Схема усилительного каскада с общим эмиттером

Данное уравнение является уравнением прямой, которое наносится на семейство выходных (коллекторных) характеристик транзистора. Построение прямой (уравнения нагрузки) проводится путем нахождения двух точек, приравнивая поочередно нулю $U_{КЭ}$ и I_K в уравнении нагрузки. При $U_{КЭ} = 0$ имеем точку 1 линии нагрузки $I_K = E_K / R_K$, точку 2 получаем при $I_K = 0$, $U_{КЭ} = E_K$. Данный режим работы усилительного каскада выбран при $R_K = 100 \text{ Ом}$, $E_K = 10 \text{ В}$.

2. Пересечение линий нагрузки с коллекторными характеристиками определяет режим работы усилительного каскада при различных базовых токах.

10.6. Расчет усилительного каскада на транзисторе по схеме с общим эмиттером

Для схемы усилительного каскада с общим эмиттером, представленной на рис. 10.18, определить основные параметры усилителя при следующих значениях номиналов элементов схемы: транзистор ГТ320А, входные и выходные характеристики которого представлены на рис. 10.16, 10.17; резисторы в цепи базы транзистора $R_1 = 500 \text{ Ом}$, $R_2 = 300 \text{ Ом}$; резистор в коллекторной цепи $R_K = 100 \text{ Ом}$; источник питания усилительного каскада $E_K = 10 \text{ В}$; амплитуда входного синусоидального сигнала низкой частоты, подлежащего усилению $U_m = 0,1 \text{ В}$.

Параметры усилительного каскада, подлежащие определению:

1. Положение рабочей точки на входных и выходных характеристиках транзистора.
2. h – параметры транзистора в районе рабочей точки.
3. Входное сопротивление усилительного каскада, $R_{ВХ}$.
4. Выходное сопротивление усилительного каскада, $R_{ВЫХ}$.
5. Коэффициент усиления каскада по напряжению, K_U .
6. Величина выходного напряжения усилительного каскада.

Режим покоя усилительного каскада, при котором $U_{ВХ} = 0$, определяет положение рабочей точки на семействе выходных характеристик на рис. 10.17. Положение рабочей точки (точка А) определяется значениями сопротивлений базовых резисторов R_1 , R_2 , коллекторного резистора R_K при заданном значении напряжения питания E_K . Резисторы R_1 , R_2 создают на входе усилительного каскада в режиме покоя эквивалентную ЭДС, равную

$$E_{\text{ЭКВ}} = \frac{E_K R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 300}{5000 + 300} = 0,56 \text{ В.}$$

Эквивалентное базовое сопротивление каскада равно

$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5000 \cdot 300}{5000 + 300} = 283 \text{ Ом.}$$

По второму закону Кирхгофа для входной цепи в режиме покоя имеем:

$$E_{\text{ЭКВ}} = I_B R_B + U_{БЭ},$$

где $U_{БЭ}$ - напряжение между базой и эмиттером в режиме покоя.

Данное уравнение изображается на входной характеристике транзистора в виде прямой линии (линии нагрузки), построение которой проходит путем нахождения двух характерных точек: в режиме холостого хода, когда $I_B = 0$, имеем $U_{БЭ} = E_{ЭКВ} = 0,56$ В; и в режиме короткого замыкания - $U_{БЭ} = 0$, имеем $I_B = E_{ЭКВ}/R_B = 0,56/283 = 0,00198$ А = 1,98 мА. В результате пересечения линии нагрузки с входной характеристикой $I_B = f(U_{БЭ})$, при $U_{КЭ} = -5$ В находим положение точки покоя (рабочей точки) $I_{Б0} = 0,48$ мА, $U_{БЭ0} = 0,43$ В.

Положение рабочей точки на коллекторных характеристиках получается при пересечении линии нагрузки с характеристикой $I_K = f(U_{КЭ})$, при $I_{Б0} = 0,48$ мА. Построение данной характеристики проводим приближенно, она лежит между характеристиками при $I_B = 0,4$ мА и $I_B = 0,6$ мА. Таким образом, в коллекторной цепи рабочая точка будет соответствовать значениям $I_{К0} = 35$ мА и $U_{КЭ0} = 6,6$ В.

При работе транзисторов в качестве усилителей малых электрических сигналов, свойства транзисторов определяются с помощью, так называемых, h – параметров. Всего h – параметров четыре: h_{11} , h_{12} , h_{21} и h_{22} . Они связывают входные и выходные токи и напряжения транзистора и определяются для схемы ОЭ, рис.10.15, б, по следующим выражениям:

$$h_{11} = \Delta U_{ВХ}/\Delta I_{ВХ} = \Delta U_{БЭ}/\Delta I_B \quad \text{при } U_{ВЫХ} = U_{КЭ} = const.$$

Параметр h_{11} численно равен входному сопротивлению схемы ОЭ. Знак Δ обозначает приращение соответствующей величины тока или напряжения.

$$h_{12} = \Delta U_{ВХ}/\Delta U_{ВЫХ} = \Delta U_{БЭ}/\Delta U_{КЭ} \quad \text{при } I_B = const.$$

Параметр h_{12} равен коэффициенту обратной связи по напряжению.

$$h_{21} = \Delta I_{ВЫХ}/\Delta I_{ВХ} = \Delta I_K/\Delta I_B \quad \text{при } U_{КЭ} = const.$$

Параметр h_{21} равен коэффициенту прямой передачи по току.

$$h_{22} = \Delta I_{ВЫХ}/\Delta U_{ВЫХ} = \Delta I_K/\Delta U_{КЭ} \quad \text{при } I_B = const.$$

Параметр h_{22} равен выходной проводимости транзистора.

Значения h – параметров можно найти с помощью входных и выходных характеристик транзистора. Параметры входной цепи h_{11} и h_{12} определяют по входным характеристикам транзистора, рис.10.16. Рабочая точка А определяется при пересечении линии нагрузки с входной характеристикой транзистора при $U_{КЭ} = -5$ В. В результате чего имеем $U_{КЭ0} = 0,43$ В, $I_{Б0} = 0,48$ мА. В данной рабочей точке задаем прираще-

ние тока базы ΔI_B при постоянном напряжении коллектора $U_{KЭ} = -5$ В и находим получающееся при этом приращение напряжения базы $\Delta U_{БЭ}$. Тогда входное сопротивление транзистора равно

$$h_{11} = \Delta U_{БЭ} / \Delta I_B = 0,1 \text{ В} / 0,3 \text{ мА} = 333 \text{ Ом.}$$

Затем при постоянном токе базы $I_B = 0,48$ мА задаем приращение напряжения коллектора $\Delta U_{KЭ} = 5$ В и определяем получающееся при этом приращение напряжения базы $\Delta U_{БЭ} = 0,25$ В. Тогда коэффициент обратной связи по напряжению равен

$$h_{12} = \Delta U_{БЭ} / \Delta U_{KЭ} = 0,25 / 5 = 0,05.$$

Параметры h_{21} и h_{22} определяют по выходным характеристикам транзистора, рис.10.17. В районе рабочей точки А ($I_B = 0,48$ мА, $U_{KЭ} = -5$ В) при постоянном токе базы $I_B = 5$ мА задаем приращение коллекторного напряжения $\Delta U_{KЭ} = 5$ В и находим при этом приращение тока коллектора $\Delta I_{K2} = 5$ мА. Тогда выходная проводимость транзистора равна

$$h_{22} = \Delta I_{K2} / \Delta U_{KЭ} = 5 \text{ мА} / 5 \text{ В} = 1,0 \text{ мСм.}$$

При постоянном напряжении коллектора $U_{KЭ} = 5$ В задаем приращение тока базы $\Delta I_B = 0,2$ мА и определяем приращение тока коллектора $\Delta I_{K1} = 20$ мА. Тогда коэффициент передачи по току равен

$$h_{21} = \Delta I_{K1} / \Delta I_B = 20 \text{ мА} / 0,2 \text{ мА} = 100.$$

Входное сопротивление усилительного каскада равно

$$R_{BX} = \frac{R_B h_{11}}{R_B + h_{11}} = \frac{283 \cdot 333}{283 + 333} = 153 \text{ Ом.}$$

Выходное сопротивление усилительного каскада равно

$$R_{ВЫХ} = \frac{R_K}{1 + h_{22} R_K} = \frac{100}{1 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 90,9 \text{ Ом.}$$

Коэффициент усиления по напряжению

$$K_U = \frac{h_{21} R_K}{h_{11} (1 + h_{22} R_K)} = \frac{100 \cdot 100}{333 (1 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 100)} = 27,3.$$

Величина выходного напряжения усилительного каскада

$$U_{ВЫХ} = K_U U_{ВХ} = 27,3 \cdot 0,1 = 2,73 \text{ В.}$$

10.7. Варианты контрольных заданий для задачи №12

Исходные данные для расчета усилительного каскада на транзисторе ГТ320А по схеме рис. 10.18 приведены в таблице 10.5. Содержание и объем задания взять из предыдущего раздела.

Таблица 10.5

№№ вар.	E_K В	R_1	R_2	R_K
1	10	350	80	100
2	12	300	100	80
3	15	320	80	90
4	8	380	70	110
5	6	400	60	120
6	9	420	50	80
7	7	450	40	60
8	10	500	30	100
9	12	450	120	110
10	15	420	90	110
11	8	400	100	100
12	6	380	110	60
13	9	320	110	80
14	7	300	100	120
15	10	350	90	110
16	12	350	120	90
17	15	300	30	80
18	8	320	40	100
19	6	380	50	60
20	9	400	60	80
21	7	420	70	120
22	10	450	80	110
23	12	500	100	90
24	15	450	80	100
25	8	500	80	110

№№ вар	E_K В	R_1	R_2	R_K
26	10	350	110	110
27	12	300	100	100
28	15	320	90	60
29	8	380	120	80
30	6	400	30	120
31	9	420	40	110
32	7	450	50	90
33	10	500	60	80
34	12	500	70	100
35	15	450	80	100
36	8	420	100	80
37	6	400	80	90
38	9	380	80	110
39	7	320	100	120
40	10	300	80	80
41	12	350	70	60
42	15	350	60	100
43	8	300	50	110
44	6	320	40	120
45	9	380	30	110
46	7	400	120	110
47	8	420	90	90
48	6	450	100	100
49	9	500	110	110
50	7	500	100	80

Вопросы для самоконтроля

1. Поясните этапы развития электронных устройств.
2. Расскажите об элементной базе современной электроники.
3. Поясните принцип работы $p - n$ перехода.
4. Приведите классификацию полупроводниковых диодов.
5. Поясните работу полупроводникового диода в режиме выпрямителя переменного тока.
6. Какие схемы используются для выпрямления переменного тока?
7. Как определяют коэффициенты пульсации для выпрямительных схем?
8. Как оценить эффективность сглаживающего фильтра?
9. В чем заключается принцип действия биполярного транзистора?
10. Поясните статические характеристики транзистора.
11. Как различают усилители по значениям усиливаемых частот переменных сигналов?
12. Какие существуют схемы включения транзисторов в усилительных каскадах.
13. Как найти входное и выходное сопротивление усилителя?

Заключение

Для дальнейшего использования электрической энергии в условиях острой необходимости экономии энергоресурсов требуется создание и внедрение экономичных электрических источников, электроприемников и систем передачи и распределения электроэнергии.

Создание новых видов электрических машин, применение сверхпроводящих материалов, замена механических контактов в электрических системах полупроводниковыми приборами позволит решить ряд технических задач и создать устройства уменьшенных габаритов и веса, обладающих малыми потерями электроэнергии, снизить расход конструкционных материалов на производство таких устройств.

Наряду с созданием принципиально новых машин и аппаратов будут совершенствоваться существующие типы различных устройств путем сочетания электромагнитных систем с полупроводниковой электроникой. Дальнейшее развитие электроники неразрывно связано с вопросами обработки информации, где особая роль отводится интегральной электронике.

Технический персонал различных отраслевых предприятий должен в условиях эксплуатации уметь выделять основные факторы в работе электротехнического оборудования, анализировать их и принимать правильные технические решения.

Эти и другие задачи решаются коллективами производственных, научных и ремонтных предприятий, в работе которых непосредственно участвуют выпускники колледжа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электротехника. Под ред. В. С. Пантюшина. М. Высшая школа, 1976.
2. Электротехника и основы электроники. Под ред. О. П. Глудкина, Б. П. Соколова. М. Высшая школа, 1993.
3. Электротехника. Под ред. В. Г. Герасимова. М. Высшая школа, 1985.
4. Касаткин А. С., Немцов М. В. Курс электротехники. М. Высшая школа, 2005.
5. Шебес М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей. М. Высшая школа, 1982.
6. Брускин Д. Э., Зорохович А. Е., Хвостов В. С. Электрические машины. М. Высшая школа, 1990.
7. Вольдек А. И., Попов В. В. Электрические машины. Часть 1 и 2. Санкт-Петербург. Питер Пресс, 2007.
8. Копылов И. П. Электрические машины. М. Логос, 2000.
9. Кононенко В. В., Мишкович В. И., Муханов В. В., Планидин В. Ф., Чеголин П. М. Электротехника и электроника. Ростов на Дону. Феникс, 2004.
10. Андреев А. В., Горлов М. И. Основы электроники. Ростов на Дону: Феникс, 2003.
11. Алиев И. И. Справочник по электротехнике и электрооборудованию. Ростов на Дону. Феникс, 2004.
12. Иванов И. И., Соловьев Г. И. Электротехника. С.-Пб. Лань. 2008.